MATEMATIK | Datum: 2012-01-12 | Tid: efterrmiddag
Chalmers | Hjälpmedel: inga |
A.Heintz | Telefonvakt: Ida Säfström | Tel.: 0703-088304

Tenta i TMV036/TMV035 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.

1. **Sats** Formulera och ange bevis till Rolles' sats. **(6p)**

2. **Gränsvärde och kontinuitet.** 1) Ange definition för en funktion kontinuerlig i en inre punkt på definitionsintervall. 2) Betrakta följande funktion:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2}, & \text{för } 2 < x < 3 \\ 12, & \text{för } x = 2 \\ \left(\frac{24}{\pi}\right) \arctan\left(\frac{1}{2-x}\right), & \text{för } 0 < x < 2 \end{cases}$$

Bestäm om f är kontinuerlig i punkten $x = 2$ eller inte och ange ett fullständigt bevis. Funktionen arctan här är definierad på intervallet $(-\infty, \infty)$ och är inversa functionen till funktionen tan begränsad på intervallet $(-\pi/2, \pi/2)$. **(6p)**

3. **Derivering.** Beräkna derivatan av funktionen $f(x) = \sin\left((x)^{(\sin(x))}\right)$ **(4p)**

4. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen:

$g(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{för } 0 < x \leq 1 \\ x^3 + x^2, & \text{för } -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$ definierad på intervallet $[-1,\ 1]$.

a) Bestäm punkter där funktionen inte är kontinuerlig, singulära punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum på det intervallet. **(6p)**

b) Bestäm böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är växande, avtagande, konkav uppåt och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. **(4p)**

5. **Taylors polynom.** Ange allmän form på Taylors polynom med felterm på Lagranges form.Approximera funktionen: $f(x) = \ln(x-2)$ med Taylors polynom av grad 2 runt punkten $a = 3$ med felterm på Lagranges form. Uppskatta hur stor är feltermen i fall $x = 3,1$. **(6p)**

6. **Gränsvärde.** Beräkna gränsvärdet: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x) - x}{\cos(2x) - 1}$ (6p)

7. **Geometri i rummet.** Skriv en ekvation för ett plan genom origo så att planet är parallellt mot två givna linjer: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+3}{-2} = \dfrac{z}{2}$ och $\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{3}$.**(6p)**

8. **Geometri i rummet.** Bestäm minimalt avstånd mellan en linje definierad av en parametrisk ekvation: $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{r}_0 + t\,\overrightarrow{v}$, där $\overrightarrow{r}_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\overrightarrow{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, och punkten P med koordinater: $(-1, 3, 1)$. **(6p)**

Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättats, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.

Maxpoäng: 50 ; **3:** 20; **4:** 30; **5:** 40