

**Tentamen Analys och linjär algebra del C TMV035 K1/Bt1/Kf1 18 januari 2008 e V**

Provet består av totalt fem (5) uppgifter. Varje uppgift ger maximalt 10p. Betygsgränser: 3: 20p, 4: 30p, 5: 40p. Det krävs att lösningarna är välskrivna med ordentliga motiveringar. Slarvigt skrivna lösningar kan ge poängavdrag.

Hjälpmedel: Inga

Telefonvakt: Christoffer Cromvik 0762-721860.

1. Betrakta följande icke-linjära differentialekvation

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) + \sin(x(t)) = 0, & t \geq 0 \\ x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0. \end{cases}$$

- (a) Skriv om differentialekvationen som ett system av första ordningens ekvationer.
- (b) Bestäm stationära punkter till systemet i (a).
- (c) Linearisera kring minst två av de stationära punkterna och skriv upp de linjära system Du erhåller vid lineariseringen.

2. Beräkna volymen av den kropp som innesluts av  $xy$ -planet,  $yz$ -planet,  $xz$ -planet samt det plan som går igenom punkterna  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 2, 0)$  samt  $(0, 0, 2)$ . Rita figur. Korrekt och fint ritad figur ger 2p.

3. Låt  $\Phi = \Phi(x, y, z)$  vara en två gånger kontinuerligt deriverbar skalär funktion i  $\mathbb{R}^3$ .

- (a) Definiera gradienten  $\nabla\Phi$ .
- (b) Visa att  $\nabla \times (\nabla\Phi) = 0$ .
- (c) Låt  $\Phi(x, y, z) = 1/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . Visa att  $\Delta\Phi = \nabla \cdot (\nabla\Phi) = 0$  för  $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$ .

4. (a) Skriv en matlab-funktionsfil som beräknar  $f(x, y) = |\sin(x + y)|$ .  
(b) Skriv ett matlab-program som beräknar dubbelintegralen av  $f(x, y)$  på området  $[0, 1] \times [0, 1]$ .

5. Låt  $f$  vara ett vektorfält i  $\mathbb{R}^2$ . Beräkna linjeintegralen

$$\int_{\Gamma} f \cdot ds$$

för fältet

$$f(x, y) = \frac{(x, y)}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

då

- (a)  $\Gamma$  är en kurva som startar i  $(1, 0)$  och slutar i  $(1, 1)$ .  
(b)  $\Gamma$  är enhetscirkeln genomlöst ett varv moturs.