

# TENTAMEN I TRANSPORTPROCESSER I KEMITEKNIKEN (KAA060)

Lördag 16 mars 2002 kl 08.45-13.45 i M

---

Anders Rasmuson är anträffbar för frågor på telefonankn 2940 eller 27 36 06 och kommer att vara i tentamenslokalen någon gång mellan kl 10 och 11.

---

Granskning av tentamensrättningen kan ske tidigast den 5 april 2002.

## Tentamen omfattar:

### A. Teori (24 p)

Inga hjälpmedel tillåtna!

### B. Problem (36 p)

Tillåtna hjälpmedel:

Valfri kalkylator (nollställd)

3W (Welty, Wicks och Wilson: Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer)

PM: Transportprocesser, kompletterande material (sid 1-13)

Räknetabell (exvis TEFYMA, Nya Formelsamlingen eller BETA)

Physics Handbook

### Betygsgränser

Poäng:	0-29	30-39	40-49	50-60
Betyg:	U	3	4	5

Del A måste lämnas in innan del B (med hjälpmedel) får påbörjas!

OBS! Erratalista till kursboken (3W) bifogas tentamenstesens

## DEL A. TEORI

A1. a) Hur högt kan fontänen maximalt spruta i Heron's fontän (se Figur A1, använd figurens beteckningar)? Motivera! (2p)

b) I praktiken är höjden lägre. Varför? (1p)

A2. I experimentet *Cartesisk dykare* placeras ett delvis luftfyllt provrör svävande uppochned i en vattenfylld stängd plastflaska. Då man klämmer på flaskan sjunker provröret. Förklara! (2p)

A3. Härled med en stationär differentiell rörelsemängdsbalans ett uttryck för hastighetsprofilen vid fullt utbildad laminär strömning nedför ett sluttande plan (Figur A2)! (5p)

A4. Vid konvektiv uppvärmning av en fast kropp används Biot's tal,  $Bi = hL/k$ , för att karakterisera värmeöverföringen. Diskutera värmeöverföringen mellan den fasta kroppen och omströmmade medium för fallen  $Bi$  liten,  $Bi \approx 1$  och  $Bi$  stor. Vilka approximationer kan göras i respektive fall? (3p)

A5. Varför är temperaturprofilen vid stationär ledning genom ett cylindriskt skal inte rät? (2p)

A6.

a) Vilka dimensionslösa tal karakteriserar konvektiv (påtvungad) massöverföring? Ge talen fysikalisk tolkning! (2p)

b) Beskriv hur Chilton-Colburn analogin kan användas för att bestämma massöverföringskoefficienten  $k_c$  om värmeöverföringskoefficienten  $h$  är känd för motsvarande strömningsfall! (2p)

A7. Visa att bulkbidraget för komponent B är lika stort som diffusionsbidraget för komponent A (storlek och riktning) vid diffusion genom stagnant komponent! (3p)

A8. Ställ upp fyra ekvivalenta uttryck för massfluxet enligt tvåfilmsteorin. Definiera tydligt ingående storheter (gärna med Figur)! (2p)

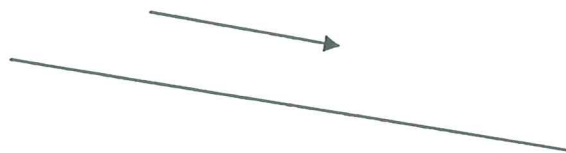
## Del B. Problem

B1. Vatten som håller  $20^{\circ}\text{C}$  rinner längs ett lutande plan. Vilket flöde får man om planet har en lutning av  $30^{\circ}$ ?

Vattenfilmens tjocklek =  $0.001\text{ m}$   
Planets bredd =  $1\text{ m}$

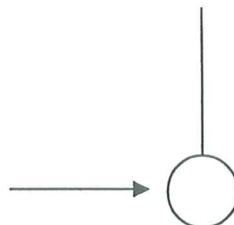
Flödet kan anses vara laminärt och stationärt samt randeffekter kan försummas.

(8 p)



B2. En iskula med en diameter på 4 cm hänger i ett snöre i en luftström. Omgivningens temperatur är  $20^{\circ}\text{C}$ . Hur lång tid tar det för iskulan att smälta om nedanstående data gäller för systemet. Vatten som bildas avlägsnas på mekanisk väg. Isens temperatur kan anses vara  $0^{\circ}\text{C}$ .

Isens densitet är  $910 \text{ kg/m}^3$   
Smältentalpin för vatten är  $334 \text{ kJ/kg}$

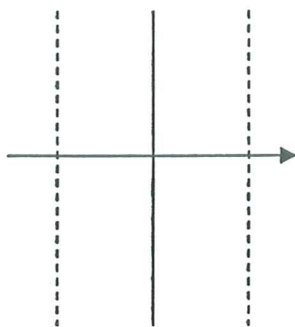


Konvektionskoefficienten är  $85 \text{ W/m}^2\text{K}$  och anses vara konstant genom hela förloppet.

(10 p)

B3. Vätesulfid absorberas från luft till vatten. Henrys lag ( $H=3.87 \text{ bar}/(\text{mol H}_2\text{S}/\text{m}^3 \text{ vätska})$ ) anses gälla. Partialtrycket av  $\text{H}_2\text{S}$  är  $2 \text{ kPa}$  i luftfasen som är väl omblandad. Diffusionskoefficienten av  $\text{H}_2\text{S}$  i luft är  $4.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  och fluxet av  $\text{H}_2\text{S}$  till vattenfasen är  $0.015 \text{ mol}/\text{m}^2\cdot\text{s}$ . Diffusionen antages ske genom två stagnanta filmer; en gasfilm (tjockleken är  $1 \text{ mm}$ , bulkbidraget kan försummas) och en vätskefilm. Av det totala motståndet ligger  $75 \%$  i gasfilmen. Rådande totaltryck är  $1 \text{ atm}$  och temperaturen är  $25^\circ\text{C}$ . Bestäm koncentrationen av  $\text{H}_2\text{S}$  i vätskebulken.

(8 p)



B4. Vatten strömmar i ett uppvärmt rör. Vilken temperatur måste rörväggen ha om vattnet skall värmas från 20 °C till 50 °C? Väggtemperaturen är konstant över hela längden och ändeffekter kan försummas.

Data:

Rörets längd = 10 m

Rörets diameter = 5 cm

Vattnets medelhastighet = 0.1 m/s

$e/D = 0.001$

(10 p)



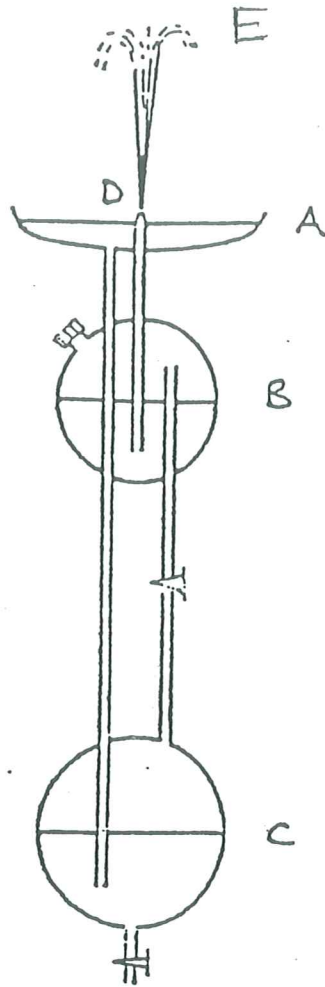


Fig. A1

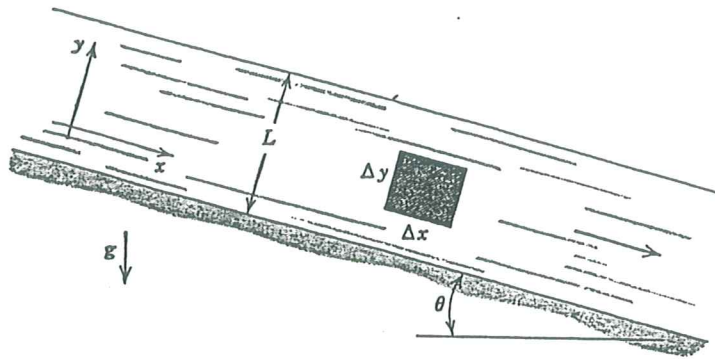


Fig. A2

### Erratalista till 3-W

Sidan 210, ekv. 14-16	Står: $\frac{\Delta P}{\rho}$	Skall stå: $\frac{\Delta P}{\rho g}$
Sidan 358, ekv. 20-10	Står: $\dots Ra_D$	Skall stå: $\dots Ra_D^{1/6}$
Sidan 370, ekv. 20-32	Står: $\dots 0.36\dots$	Skall stå: $\dots 0.036\dots$
Sidan 375, ekv. 20-35	Står: $\dots Re_D^{1/2}$	Skall stå: $\dots Re_D^{1/2}$



## Lösningar till tenta 020316

B1.

Hastighetsprofilen för  $v_x$ :

$$v_x = \frac{\rho g L^2 \sin \Theta}{\mu} \left( \frac{y}{L} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{L} \right)^2 \right) \quad (8-12)$$

Beräkna medelhastigheten över tvärsnittsarean, A:

$$v_{avg} = \frac{1}{A} \iint_A v \, dA \quad (\text{se sidan 35 i WWW})$$

$$\begin{aligned} v_{avg} &= \frac{1}{A} \frac{\rho g L^2 \sin \Theta}{\mu} \iint_A \left( \frac{y}{L} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{L} \right)^2 \right) dA \\ &= \frac{1}{BL} \frac{\rho g L^2 \sin \Theta}{\mu} \int_0^L \int_0^L \left( \frac{y}{L} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{L} \right)^2 \right) dx dy \\ &= \frac{\rho g L \sin \Theta}{\mu} \int_0^L \left( \frac{y}{L} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{L} \right)^2 \right) dy = \frac{\rho g L \sin \Theta}{\mu} \left[ \frac{y^2}{2L} - \frac{y^3}{6L^2} \right]_0^L \\ &= \frac{\rho g L \sin \Theta}{\mu} \left[ \frac{L}{2} - \frac{L}{6} \right] = \frac{\rho g L^2 \sin \Theta}{3\mu} \end{aligned}$$

Flödet över plattan:

$$Q = v_{avg} A = \frac{\rho g L^2 \sin \Theta}{3\mu} BL$$

data:

$$\rho = 998.2 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 1005 \cdot 10^{-6} \text{ Pas}$$

$$\Theta = 30^\circ$$

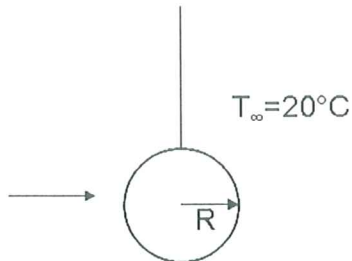
$$L = 0.001 \text{ m}$$

$$B = 1 \text{ m}$$

$$Q = \frac{\rho g L^2 \sin \Theta}{3\mu} BL = 1.63 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

**B2.**

Då isens temperatur är vid smältpunkten kan vi anta att all värme som tillförs via konvektion går åt till att smälta isen.



Data:

$$\lambda = 334 \text{ kJ/kg}$$

$$\rho_{is} = 910 \text{ kg/m}^3$$

$$h = 85 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$R = 0.02 \text{ m}$$

Värmebalans för smältning av isen:

$$q_{konvektion} = q_{smältning}$$

$$hA(T_{\infty} - T_{is}) \left[ \frac{J}{s} = W \right] = \lambda \rho_{is} \frac{dV}{dt} \left[ \frac{J}{kg} \frac{kg}{m^3} \frac{m^3}{s} = \frac{J}{s} = W \right]$$

Iskulans massa och volym kommer minska med tiden eftersom radien minskar.

$$\frac{dm}{dt} = \rho_{is} \frac{dV}{dt} = \rho_{is} \frac{4\pi}{3} \frac{dr^3}{dt} = \left[ \frac{dr^3}{dt} = 3r^2 \frac{dr}{dt} \right] = \rho_{is} 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$$

$$\Rightarrow \lambda \rho_{is} 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} = h \cdot 4\pi r^2 (T_{\infty} - T_{is})$$

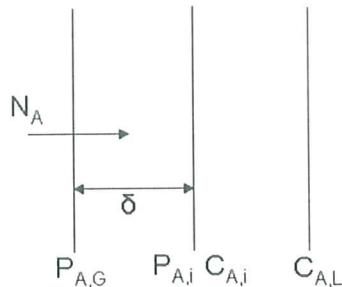
För att beräkna tiden måste integrera tiden från 0 till t och radien från 0 till R.

$$\int_0^t dt = \frac{\lambda \rho_{is}}{h(T_{\infty} - T_{is})} \int_0^R dr$$

$$\Rightarrow t = \frac{\lambda \rho_{is} R}{h(T_{\infty} - T_{is})} = 3576 \text{ s} \approx 1 \text{ h}$$

**B3.**

Vätesulfid (A) absorberas från luft (B) till vatten.



Data:

$$D_{AB} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$N_A = 0.015 \text{ mol/m}^2 \cdot \text{s}$$

$$p_{A,G} = 2 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$H = 3.87 \frac{\text{bar}}{\text{mol A/m}^3 \text{ vätska}} \cdot 10^5 \frac{\text{Pa}}{\text{bar}} = 3.87 \cdot 10^5 \frac{\text{Pa}}{\text{mol A/m}^3 \text{ vätska}}$$

$$\delta_{gas} = 0.001 \text{ m}$$

$$k_c = \frac{D_{AB}}{\delta_{gas}} \cdot \frac{P_{B,lm}}{P} = \frac{D_{AB}}{\delta_{gas}} = \frac{4 \cdot 10^{-5}}{0.001} = 0.04 \text{ m/s} \quad \left[ \frac{P_{B,lm}}{P} \approx 1, \text{ utan bulkbidrag} \right]$$

Fluxet genom gasfilmen:

$$N_A = k_c \left( \frac{p_{A,G}}{RT} - \frac{p_{A,i}}{RT} \right) \Rightarrow p_{A,i} = 1070.91 \text{ Pa}$$

Med Henrys lag fås  $C_{A,i}$  som:

$$C_{A,i} = \frac{p_{A,i}}{H} = 2.767 \cdot 10^{-3} \text{ mol/m}^3$$

$$k_G = \frac{k_c}{RT} = 1.614 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg} \cdot \text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Pa}}$$

75% av det totala motståndet ligger i gasfilmen, alltså

$$\frac{1/k_G}{1/K_G} = 0.75 \Rightarrow K_G = 0.75 \cdot k_G = 1.211 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg} \cdot \text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Pa}}$$

Motståndsekvation:

$$\frac{1}{K_G} = \frac{1}{k_G} + \frac{H}{k_L} \Rightarrow k_L = 18.77 \text{ m/s}$$

Fluxet genom vätskefilmen = fluxet genom gasfilmen

$$N_A = k_L(C_{A,i} - C_{A,L})$$

$$\Rightarrow C_{A,L} = C_{A,i} - \frac{N_A}{k_L} = 1.97 \cdot 10^{-3} \text{ mol/m}^3$$

**B4.**

Data:

$$T_{\text{vatten},1} = 20^\circ\text{C}$$

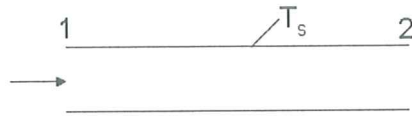
$$T_{\text{vatten},2} = 50^\circ\text{C}$$

$$L = 10 \text{ m}$$

$$d = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$$

$$\bar{v} = 0.1 \text{ m/s}$$

$$e/D = 0.001$$



Värmebalans:

Värmet som vattnet tar upp = Värmet som tillförs vid innerytan på röret

$$A_v v \rho c_p \Delta T = U A_{\text{mantel}} \Delta T_{\text{in}}$$

I detta fallet använder vi på innerytan av röret.

Därmed är  $U = h$ , sök  $h$  mha analogi:

Chilton-Colburn

$$\frac{h}{v_\infty \rho c_p} \text{Pr}^{2/3} = \frac{C_f}{2} \quad (28-59)$$

Eftersom både ytemperaturen  $T_s$ ,  $C_f$  och  $h$  är okända måste vi itereraGissa:  $T_s = 60^\circ\text{C}$ 

$$\Rightarrow T_{\text{film}} = \frac{20 + 50}{2} + 60 = 47.5^\circ\text{C}$$

Materialdata för vatten vid  $T_{\text{film}} = 47.5^\circ\text{C}$ :

$$\nu = 0.582 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$c_p = 4176.5 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$$

$$\rho = 989.1 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Pr} = 3.77$$

$$T_{\text{bulk,medel}} = \frac{20 + 50}{2} = 35^\circ\text{C}$$

Materialdata för vatten vid  $T_{\text{bulk,medel}} = 35^\circ\text{C}$ :

$$c_p = 4175 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$$

$$\rho = 994 \text{ kg/m}^3$$

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{0.1 \cdot 0.05}{0.582 \cdot 10^{-6}} = 8591$$

$$e/d = 0.001$$

$$\Rightarrow C_f = 0.0084 \text{ (fås ur fig 14.1)}$$

$$\text{Chilton-colburn} \Rightarrow h = U = 716.3 \text{ W/m}^2, \text{K}$$

I C-C används materialdata vid filmtemperaturen!

$$\Delta T_{\ln} = \frac{(T_s - T_{\text{vatten},1}) - (T_s - T_{\text{vatten},2})}{\ln\left(\frac{T_s - T_{\text{vatten},1}}{T_s - T_{\text{vatten},2}}\right)} = \frac{T_{\text{vatten},2} - T_{\text{vatten},1}}{\ln\left(\frac{T_s - T_{\text{vatten},1}}{T_s - T_{\text{vatten},2}}\right)}$$

$$A_{iv} \nu \rho c_p \Delta T = UA_{\text{mantel}} \Delta T_{\ln}$$

$$\frac{\pi d^2}{4} \nu \rho c_p (T_{\text{vatten},2} - T_{\text{vatten},1}) = h \pi d L \frac{T_{\text{vatten},2} - T_{\text{vatten},1}}{\ln\left(\frac{T_s - T_{\text{vatten},1}}{T_s - T_{\text{vatten},2}}\right)}$$

$$\pi d \nu \rho c_p = 4hL \frac{1}{\ln\left(\frac{T_s - T_{\text{vatten},1}}{T_s - T_{\text{vatten},2}}\right)}$$

$c_p$  och  $\rho$  för bulkflödet ( i VL) tas vid medelbulktemperaturen

$$\Rightarrow \frac{T_s - T_{\text{vatten},1}}{T_s - T_{\text{vatten},2}} = e^{\frac{4hL}{\pi d \nu \rho c_p}}$$

$$\Rightarrow T_s = 60.1^\circ\text{C} \quad \text{OK! iterationen klar!}$$