Förslag på lösningar till tentamen i transportprocesser 061217

B1

a) Beräkna tryckfallet i nålen.

Är flödet i nålen laminärt eller turbulent? Beräkna Reynolds talet. Behöver hastigheten i nålen.

Hastighet i behållaren: $v_b = \frac{behållarenslängd}{tömningstid} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{5} = 0.01 m/s$

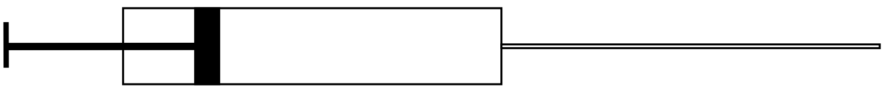
$$v_n A_n = v_b A_b$$

Kontinuitetsekvationen ger hastigheten i nålen: $v_n = \frac{v_b A_b}{A_n} = \frac{0.01 \pi r_b^2}{\pi r_n^2} = 4.0 m/s$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v_n D_n}{\mu} = \left\{ \begin{array}{l} \rho = 998.2 kg/m^3 \\ \mu = 993 \cdot 10^{-6} Pas \end{array} \right\} = 2010 < 2300 \text{ Antag laminärt flöde}$$

(14-6) Hagen-Poiseuille ekv. gäller för laminär inkompressibel rörströmning.

$$\Delta P = 32 \frac{\mu v_{avg} L}{D^2} = \left\{ L = 5 \cdot 10^{-2} m \right\} = 25420.8 Pa$$



b) Beräkna kraften kolven ska tryckas in med under injektionen.

Bernoulli ekv. med tryckförluster:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + y_1 = h_L + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + y_2$$

Antag att sprutan hålls horisontellt $y_1 = y_2$

Beräkna tryckförlusterna i behållaren vid början av tömningen när längden är 5 cm med Hagen-Poiseuille ekv. (Re=101 laminärt)

$$\Delta P = 32 \frac{\mu v_{avg} L}{D^2} = \left\{ \begin{array}{l} L = 5 \cdot 10^{-2} m \\ D = 1 \cdot 10^{-2} m \\ v = 0.01 m/s \end{array} \right\} = 0.16 Pa$$

Tryckfallet i behållaren kan försummas i jmf med tryckfallet i nålen.
Engångsförlusterna i nålens in- och utlopp och friktionsförlusterna mellan kolven och behållaren försummas enligt uppgiftstexten.

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = h_L + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$h_L = \frac{\Delta P_{förluster}}{\rho g}$$

$$p_1 - p_2 = h_L \rho g + \frac{v_2^2}{2}\rho - \frac{v_1^2}{2}\rho$$

$$p_1 - p_2 = \Delta P_{förluster} + \frac{v_2^2}{2}\rho - \frac{v_1^2}{2}\rho =$$

$$= 25421 + \frac{v_n^2}{2}\rho - \frac{v_b^2}{2}\rho = 25421 + 7985.6 = 33407 Pa$$

Kraften på kolven

$p_2 = 1 atm$

$$F = A_{kolv}\left(p_1 - p_2\right) = \frac{\pi D_k^2}{4}\left(p_1 - p_2\right) \approx 2.6 N$$

B2

En nytillverkad chokladboll med radien r håller 20°C. Det ställs i ett kylskåp där temperaturen är 4°C. Efter 30 min är det 6°C i mitten av bollen.

a) Hur lång tid tar det tills det är 5°C i mitten av chokladbollen? Antag att tiden är noll när chokladbollen ställs i kylskåpet.
b) Hur lång tid tar det en chokladboll med radien 2r att nå temperaturen 6°C i mitten?

Antag att det är god omblandning på luften i kylskåpet, det vill säga att det konvektiva motståndet kan försummas.

Given data:

$\mathrm{T}_0 = 20°\mathrm{C}$

$\mathrm{T}_\infty = 4°\mathrm{C}$

$\mathrm{T}_{30\min} = 5°\mathrm{C}$

$\mathrm{t}_{30\min} = 30 \cdot 60 = 1800\, s$

$$Y_{30\min} = \frac{T_\infty - T_{30\min}}{T_\infty - T_0} = \frac{4-6}{4-20} = 0.125$$

$n = 0$

God omblandning $\Rightarrow \mathrm{k_c} \to \infty \Rightarrow \mathrm{m} = 0$

Från Figure F.3 i Appendix F fås: $\mathrm{X}_{30\min} = 0.30$

$$X = \frac{\alpha t}{x_1^2} = \frac{\alpha t}{r^2} \Rightarrow \frac{\alpha}{r^2} = \frac{X}{t} = \frac{X_{30\min}}{1800} = \frac{0.30}{1800} = 1.67 \cdot 10^{-4}$$

$\frac{\alpha}{r^2}$ är konstant för en chokladboll med radien r

$$Y_{t=sökt} = \frac{T_\infty - T_{t=sökt}}{T_\infty - T_0} = \frac{4-5}{4-20} = 0.0625$$

Från Figure F.3 i Appendix F fås: $\mathrm{X}_{t=sökt} = 0.375$

$$t = X_{t=sökt} \frac{r^2}{\alpha} = 0.375 \cdot \frac{1}{1.67 \cdot 10^{-4}} = 2250 s = 37.5 \min$$

$b)$ r = 2r

$$\frac{\alpha}{(2\mathrm{r})^2} = \frac{\alpha}{4r^2} = \frac{1.67 \cdot 10^{-4}}{4} = 4.175 \cdot 10^{-5}$$

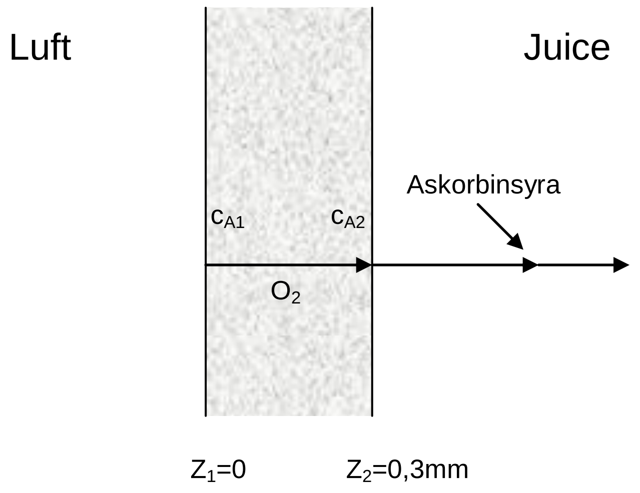
$$Y_{t=sökt} = \frac{T_\infty - T_{t=sökt}}{T_\infty - T_0} = \frac{4-6}{4-20} = 0.125$$

Från uppgift a) fås: $X_{t=sökt} = 0.30$

$$X_{t=sökt} = \frac{\alpha t}{4r^2} = 0.30$$

$$\Rightarrow t = X_{t=sökt} \frac{4r^2}{\alpha} = \frac{0.30}{4.175 \cdot 10^{-5}} = 7200 s = 120 \min, \text{ det vill säga 4 ggr så lång tid!}$$

B3



Ren diffusion: $N_{A,z} = -D_{AB}\dfrac{\partial c_A}{\partial z} \Rightarrow N_{A,z}\int_{z_1}^{z_2} dz = -D_{AB}\int_{c_{A1}}^{c_{A2}} dc_A$

$$D_{AB} = -N_{A,z}\frac{(z_2 - z_1)}{(c_{A2} - c_{A1})} = N_{A,z}\frac{(z_2 - z_1)}{(c_{A1} - c_{A2})}$$

eftersom O_2 förbrukas snabbt i juicen kan man anta att $c_{A2} \approx 0$

$N_{A,z} = \dfrac{2\cdot 10^{-6} mol}{förpackning \cdot dygn}$ uttryck i $\dfrac{mol}{m^2 \cdot s}$

$A_{förp} = 4\cdot 0{,}07m\cdot H$ - där H är förpackningens höjd

$$H = \frac{V}{A_{botten}} = \frac{1\cdot 10^{-3} m^3}{(0{,}07m)^2} = 0{,}204m \qquad \Rightarrow \qquad A_{förp} = 0{,}057m^2$$

$$N_{A,z} = \frac{2\cdot 10^{-6} mol}{0{,}057m^2\cdot(25\cdot 3600)s} = 4{,}05\cdot 10^{-10}\, mol/(m^2\cdot s)$$

$$D_{AB} = 4{,}05\cdot 10^{-10}\frac{(0{,}3\cdot 10^{-3} - 0)}{(8{,}7 - 0)} = 1{,}4\cdot 10^{-14}\, m^2/s$$

SVAR: Diffusionskoefficienten är $1{,}4\cdot 10^{-14}\, m^2/s$

B4

Antag stationära förhållanden. Beräkna fluxet av vatten från skåpluckan. Värme som överförs till skåpluckan är lika med värme som går åt till förångning av vatten från ytan.

$$q = h(T_\infty - T_s) \ \text{W/m}^2$$
$$N_A = k_c(c_{As} - c_{A\infty}) \ \text{mol/m}^2, s$$
$$q = k_c(c_{As} - c_{A\infty})M_A \Delta H_{vap} \ \text{W/m}^2$$
$$h(T_\infty - T_s) \ \text{W/m}^2 = k_c(c_{As} - c_{A\infty})M_A \Delta H_{vap} \ \text{W/m}^2$$

Index s är på ytan, ∞ i omgivande luft och A är vatten. M_A är molmassan för vatten. Värmeöverföringskoefficienten, h är given. k_c kan beräknas med Chilton-Colburn analogin:

$$j_D = j_H$$
$$\frac{k_c}{v_\infty} Sc^{2/3} = \frac{h}{\rho v_\infty c_p} \Pr^{2/3}$$
$$k_c = \frac{h}{\rho c_p}\left(\frac{\Pr}{Sc}\right)^{2/3}$$

Den relativa fukthalten i luften var given till 40%.

$$c_{A\infty} = \frac{p_{A\infty}}{RT_\infty} = \frac{p^0_{A\infty} \cdot 0.40}{RT_\infty} = \frac{\left(13.31 \cdot \mathrm{T}_\infty^2 - 7981 \cdot \mathrm{T}_\infty + 1201000\right) \cdot 0.40}{RT_\infty} = 2.7824 \frac{mol}{m^3}$$

Vid vätskeytan är luften mättad med vatten.

$$c_{As} = \frac{p^0_{As}}{RT_s} = \frac{\left(13.31 \cdot \mathrm{T}_s^2 - 7981 \cdot \mathrm{T}_s + 1201000\right)}{RT_s}$$

Insättning i energibalansen ger:

$$h(T_\infty - T_s) = \frac{h}{\rho c_p}\left(\frac{\Pr}{Sc}\right)^{2/3} \left(\frac{\left(13.31 \cdot \mathrm{T}_s^2 - 7981 \cdot \mathrm{T}_s + 1201000\right)}{RT_s} - c_{A\infty}\right) M_A \Delta H_{vap}$$

$$(T_\infty RT_s - T_s{}^2 R) = M_A \Delta H_{vap} \frac{1}{\rho c_p}\left(\frac{\Pr}{Sc}\right)^{2/3} \left(\left(13.31 \cdot \mathrm{T}_s^2 - 7981 \cdot \mathrm{T}_s + 1201000\right) - c_{A\infty} RT_s\right)$$

$$M_A \Delta H_{vap} \frac{1}{\rho c_p}\left(\frac{\Pr}{Sc}\right)^{2/3} = K1$$

$$0 = (K_1 13.31 + \mathrm{R})\mathrm{T}_s^2 - (K_1(7981 + c_{A\infty} R) + T_\infty R)\mathrm{T}_s + K_1 1201000$$

lösning av ekvationen ger temperaturen vid ytan, T_s=316.7K=43.6ºC

$$N_A = k_c(c_{As} - c_{A_\infty})\left[\frac{mol}{m^2 s}\right]$$

$$torkhastighet = \frac{N_A M_A}{\rho_A}\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$tid = \frac{tjocklek}{torkhastighet}\,s$$

$$tjocklek = 1mm = 1 \cdot 10^{-3}\,m$$

ρ_A är densiteten för vatten vid Ts 990.6 kg/m^3

Insättning i ekvationerna ovan ger en torktid på 9617 s=2h och 40 min