

## TENTAMEN I TRANSPORTPROCESSER I KEMITEKNIKEN (KAA060)

Fredag 21 december 2007 kl 08.30-13.30 i M.

---

Anders Rasmuson är anträffbar för frågor på telefonankn 2940 eller 27 36 06 och kommer att vara i tentamenslokalen vid två tillfällen: kl 9-10 och kl 11-12.

---

Granskning av tentamensrättningen kan ske tidigast den 21 januari 2008.

### Tentamen omfattar:

#### A. Teori (24 p)

Inga hjälpmedel tillåtna!

#### B. Problem (36 p)

Tillåtna hjälpmedel:

Valfri kalkylator (nollställd)

3W (Welty, Wicks och Wilson: Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer)

PM: Transportprocesser, kompletterande material (sid 1-13)

Räknetabell (exvis TEFYMA, Nya Formelsamlingen eller BETA)

Physics Handbook

#### Betygsgränser

Poäng:	0-29	30-39	40-49	50-60
Betyg:	U	3	4	5

Del A måste lämnas in innan del B (med hjälpmedel) får påbörjas!

OBS! Erratalista till kursboken (3W) bifogas tentamenstesen

## DEL A. TEORI

A1. Ställ upp uttryck för komponenterna av kraften **B** från rörböj till den strömmande vätskan i Figur A1. Förhållandena i läge 1 och 2 är att betrakta som kända. (3p)

A2. Man kan iaktta att strålen från en kökskran smalnar efter utloppet enligt Figur A2. Förklara! (2p)

A3. Två icke blandbara vätskor strömmar laminärt mellan två horisontella plattor enligt Figur A3. Ställ med hjälp av skalbalans (dvs. ej genom förenkling av NS ekvation) upp en modell (inklusive randvillkor) för hastighetsprofilen i spalten under stationära förhållanden. Strömningen är fullt utbildad och änd-effekter kan försummas. Modellen ska ej lösas!

Ledning: I fas-gränsytan mellan vätskorna är hastighet och rörelsemängds-flux kontinuerliga. (5p)

A4. Hur ändras utbredningshastigheten vid en temperaturförändring och instationär värmeledning om  $\rho c_p$  ökar, respektive  $k$  ökar? Motivera! (2p)

A5. Vid dimensionering av värmeväxlare används sambandet:

$$q = UA\Delta T$$

Förklara innebörden av ingående storheter och ange speciellt hur de (i princip) kan beräknas för en enkel tub-värmeväxlare. (3p)

A6. För värmetransport vid laminär strömning över en plan platta gäller:

$$Nu_L = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$$

a) Ge uttryck och fysikalisk tolkning av ingående dimensionslösa tal!  
b) Vilket är det analoga uttrycket för masstransport? (3p)

A7. Det totala massfluxet för ämne A (en dimension) kan generellt skrivas:

$$N_{A,z} = c_A(v_{A,z} - V_z) + y_A(c_A v_{A,z} + c_B v_{B,z})$$

a) Förklara i detalj den fysikaliska innebörden av detta uttryck!  
b) Ge ett annat uttryck för första termen i högerledet! (3p)

A8. En våt kropp som omströmmas av luft antar efter lång tid den så kallade våttemperaturen. Beskriv fysikaliskt och ställ upp relevanta uttryck för beräkningen av denna! (3p)

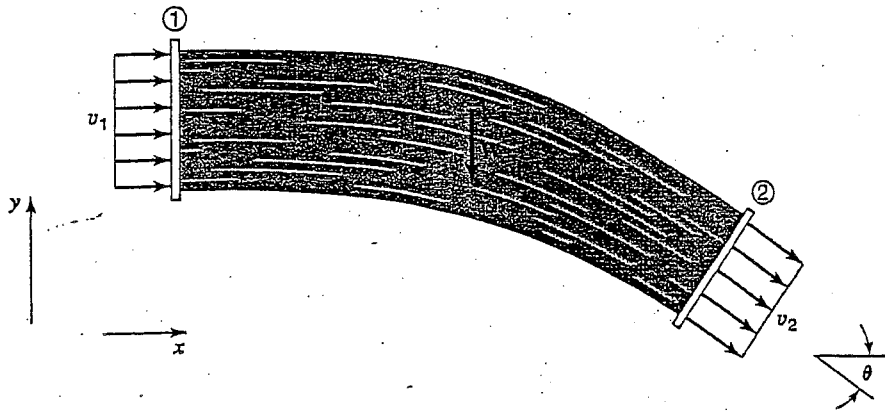


Fig A1

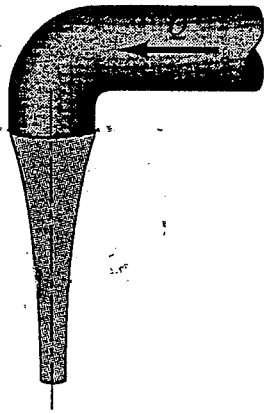


Fig. A2

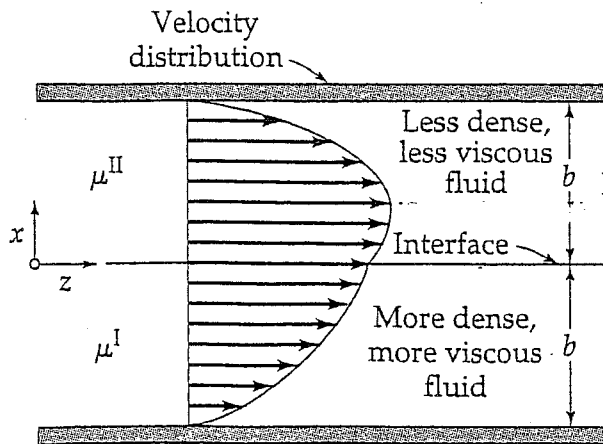


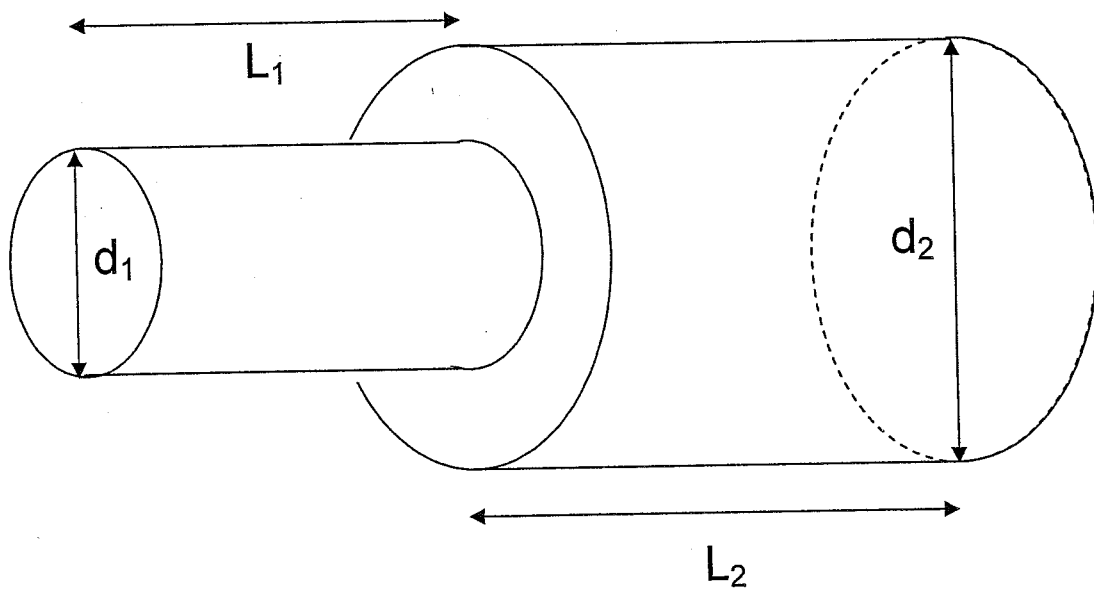
Fig. A3

## DEL B. PROBLEM

**B1**

I ett cylindriskt horisontellt rör enligt figuren strömmar vatten med  $v_1 = 0.1$  m/s och temperaturen  $20^\circ\text{C}$ . Koefficienten för engångsförlusten vid den plötsliga areaökningen;  $K$ , kan skrivas som  $2(1-4B^2/3+B^4/3)$ , där  $B=d_1/d_2$ , baserat på hastigheten i den smala delen av röret. Om den statiska tryckskillnaden mellan rörets in- och utlopp är  $119$  Pa, hur lång är då den smala delen på röret? Längden  $L_2$  är  $10$  m och  $d_2 = 0.02$  m, vidare är  $d_1/d_2 = 0.5$ . Strömningen kan antas vara laminär.

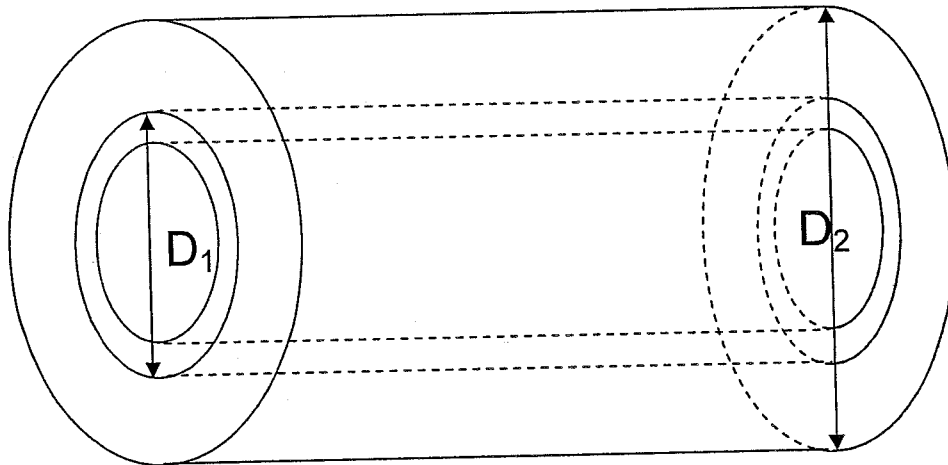
(8p)



**B2**

I ett horisontellt rör strömmar vatten med en temperatur av  $80^{\circ}\text{C}$ . Röret är omgivet av ett lager med isolerande plast. Den yttre diametern på det inre röret ( $D_1$ ) är 2 cm och diametern på röret med det isolerande plast skiktet inkluderat ( $D_2$ ) är på 4 cm. Värmeledningsförmågan för plasten är  $0.16 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ . Det isolerade röret är omgivet av luft med temperaturen  $0^{\circ}\text{C}$ . Vad är temperaturen på utsidan av isolerade röret? Antag att det konvektiva motståndet vid den inre rörväggen och det konduktiva motståndet genom rörväggen kan försummas och att vattnets temperatur inte förändras i den axiella leden. Antag också att stationära förhållanden råder och att värmestrålningen kan försummas.

(10p)



**B3**

Etanols diffusivitet i luft bestämdes experimentellt genom att man lät etanol i vätskeform avdunsta i en diffusionscell. På ett dygn avdunstade 3.4 g etanol. Bestämt diffusiviteten för etanol i luft.

Total trycket var 1 atm och temperaturen var 20°C. Diffusionslängden var 5 cm och tvärsnittsarean på diffusionscellen var  $1.26 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ . Molmassan för etanol är 46 g/mol och ångtrycket för etanol vid gällande temperatur är 5900 Pa. Koncentrationen av etanol i luften kan antas vara ungefär noll och luften kan antas vara olöslig i etanolen. Stationära förhållanden råder och ingen hänsyn behöver tas till förändringen i diffusionslängd.

(8p)

**B4**

Ett problem med förbränningsmotorer är att det bildas sotpartiklar när de används. Dessa sotpartiklar kan finnas kvar i luften länge och slutligen inandas av människor eller djur, där de kan hamna djupt ned i lungorna och i värsta fall orsaka lungbesvär eller t o m cancer. Partiklarna består vanligen av en kärna med grafitliknande struktur, men kan också ha flera andra ingående komponenter från motorns smörjolja och liknande. En typ av sotpartiklar som misstänks särskilt skadliga för människor har följande egenskaper:

Form: kan approximeras som sfärisk

$$D = 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$k = 200 \text{ W/m}\cdot\text{K}$$

$$c_p = 100 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$$

- a) Hur lång tid tar det innan en sådan sotpartikel landar på marken, om den släpps ut från ett avgasrör i luft av  $27^\circ\text{C}$  på en höjd av  $0.3 \text{ m}$ ? Partikelns accelerationstid kan försummas. Ledning: Partikeln är mycket liten, varför partikelns Reynolds tal också kan antas vara litet, dvs Stokes drag gäller ( $C_D = 24/\text{Re}$ ).

Sotpartiklarna är varma när de emitteras (släpps ut) från avgasröret. Man vill ta reda på om det är möjligt att de är så varma att även värmen kan orsaka skada i luftvägarna hos människor.

- b) Antag att sotpartikeln har temperaturen  $400 \text{ K}$  när den kommer ut i luften, och andas in av en människa  $10$  sekunder senare. Hur varm är den då i ytterkanten? Antag att partikeln innan den inandas har samma hastighet som i a-uppgiften (om du inte lyckats lösa a-uppgiften, så antag en hastighet!). Strålningen kan försummas.

(10p)

Erratalista till 3W 4:e upplagan

Sidan 151, Figur 12.2: CD-axel

Står 0      Skall stå: 1

Sidan 190, ekv. 14-16      Står:  $\frac{\Delta P}{\rho}$       Skall stå:  $\frac{\Delta P}{\rho g}$

Erratalista till 3W 3:e upplagan

Sidan 210, ekv. 14-16	Står $\frac{\Delta P}{\rho}$	Skall stå $\frac{\Delta P}{\rho g}$
Sidan 358, ekv. 20-10	Står $Re_D$	Skall stå $Re_D^{1/4}$
Sidan 370, ekv. 20-32	Står 0.36	Skall stå 0.036
Sidan 375, ekv. 20-35	Står $Re_D^{1/2}$	Skall stå $Re_D^{1/4}$



Lösning B1:

Sökt:  $L_1$

Givet:

$$K = 2 \left( 1 - \frac{4B^2}{3} + \frac{B^4}{3} \right) = 2 \left( 1 - \frac{4}{3} \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^4 \right)$$

$$v_1 = 0.1 \text{ m/s}$$

$$T = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$$

$$P_1 - P_2 = 119 \text{ Pa}$$

$$L_2 = 10 \text{ m}$$

$$d_2 = 0.02 \text{ m}$$

$$\frac{d_1}{d_2} = 0.5$$

$$\Rightarrow d_1 = 0.01 \text{ m}$$

$$K = 2 \left( 1 - \frac{4}{3} 0.5^2 + \frac{1}{3} 0.5^4 \right) = 1.375$$

Bernouills med förluster:

$$\rho g y_1 + P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = \rho g y_2 + P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \Delta P_f$$

$$\text{K.E} \Rightarrow v_2 = v_1 \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 = 0.1 \cdot 0.5^2 = 0.025 \text{ m/s}$$

Materialdata för vatten vid 293 K

$$\rho = 998.2 \text{ kg/m}^3$$

$$\nu = 0.995 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\Rightarrow \Delta P_f = (P_1 - P_2) + \frac{\rho(v_1^2 - v_2^2)}{2} = 119 + \frac{998.2(0.1^2 - 0.025^2)}{2} = 123.68 \text{ Pa}$$

$$\Delta P_f = 2f_f \frac{L_1}{d_1} v_1^2 \rho + 2f_f \frac{L_2}{d_2} v_2^2 \rho + K \frac{v_1^2}{2} \rho$$

$$\text{Laminärt} \Rightarrow f_f = \frac{16}{\text{Re}} = \frac{16\nu}{vd}$$

$$\Delta P_f = 32\nu \frac{L_1}{d_1^2} v_1 \rho + 32\nu \frac{L_2}{d_2^2} v_2 \rho + K \frac{v_1^2}{2} \rho$$

$$L_1 = \frac{d_1^2}{32\nu v_1 \rho} \left[ \Delta P_f - 32\nu \frac{L_2}{d_2^2} v_2 \rho + K \frac{v_1^2}{2} \rho \right]$$

$$L_1 = \frac{0.01^2}{32 \cdot 0.995 \cdot 10^{-6} \cdot 0.1 \cdot 998.2} \left[ 123.68 - \frac{32 \cdot 0.995 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 0.025 \cdot 998.2}{0.02^2} - 1.375 \frac{0.1^2}{2} 998.2 \right] = 3.05 \text{ m}$$

B2 lösning:

Sökt: Temperaturen på yttersidan av isoleringen  $T_1$

Givet:

$T_0 \approx 80^\circ\text{C}$  (bortser från konvektiv motstånd på insidan röret och konvektivt motstånd genom rörväggen)

$T_\infty = 0^\circ\text{C}$  (omgivande luftens temperatur)

$D_0 = 0.02 \text{ m}$

$D_1 = 0.04 \text{ m}$

$k_{\text{plast}} = 0.16 \text{ W/m}^2, \text{ K}$

Värmebalans:  $q_{\text{konv}} = q_{\text{ledning}}$

$$\Rightarrow h\pi DL(T_1 - T_\infty) = \frac{2\pi k_{\text{plast}} L}{\ln \frac{D_1}{D_0}} (T_0 - T_1)$$

Både  $h$  och  $T_1$  är okända. Dessutom är de beroende av varandra.  $\Rightarrow$  iterativ lösning!

Gissa  $T_1$ , beräkna  $h$  och beräkna  $T_1$ .

$$T_{1,ber} = \frac{\frac{2k_{\text{plast}}}{\ln \frac{D_1}{D_0}} T_0 + hD_1 T_\infty}{hD_1 + \frac{2k_{\text{plast}}}{\ln \frac{D_1}{D_0}}} \quad (1)$$

Ta fram  $h$  med hjälp av korrelation för naturlig konvektion och horisontell cylinder.

$$\text{Nu}_D = \text{C} \text{Ra}_D^n \quad (20-11)$$

Materialdata för luften tas vid filmtemperaturen.

$$T_{\text{film}} = \frac{T_1 + T_\infty}{2}$$

Gissar  $T_1 = 14^\circ\text{C}$

$$\Rightarrow T_{\text{film}} = 7^\circ\text{C} = 280\text{K}$$

Materialdata för luft vid 280 K :

$$\frac{g\beta\rho^2}{\mu^2} = 1.815 \cdot 10^8 \frac{1}{\text{K}} \text{m}^3$$

$$k = 2.4671 \cdot 10^{-2} \text{ W/m, K}$$

$$\text{Pr} = 0.713$$

$$\text{Gr} = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 \Delta T}{\mu^2} = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 (T_1 - T_\infty)}{\mu^2}$$

$$Ra_D = Gr \cdot Pr = Gr = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 (T_1 - T_\infty) Pr}{\mu^2} = 1.815 \cdot 10^8 \cdot 0.04^3 \cdot (14 - 0) \cdot 0.713 = 1.16 \cdot 10^5$$

$$\Rightarrow C = 0.480 \text{ och } n = 0.250$$

$$\Rightarrow Nu_D = 0.48 \cdot (1.16 \cdot 10^5)^{0.25} = 8.857$$

$$\Rightarrow h = \frac{Nu_D \cdot k_{luft}}{D_1} = \frac{8.857 \cdot 2.4671 \cdot 10^{-2}}{0.04} = 5.463 \text{ W/m}^2, \text{ K}$$

Ur (1) fås  $T_{1,beräknad}$

$$T_{1,beräknad} = 54.3^\circ\text{C} \neq 14^\circ\text{C}$$

Ny gissning :  $T_1 = 54^\circ\text{C}$

$$\Rightarrow T_{film} = 27^\circ\text{C} = 300\text{K}$$

Materialdata för luft vid 300 K :

$$\frac{g\beta\rho^2}{\mu^2} = 1.327 \cdot 10^8 \frac{1}{\text{K}} m^3$$

$$k = 2.624 \cdot 10^{-2} \text{ W/m, K}$$

$$Pr = 0.708$$

$$Gr = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 \Delta T}{\mu^2} = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 (T_1 - T_\infty)}{\mu^2}$$

$$Ra_D = Gr \cdot Pr = Gr = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 (T_1 - T_\infty) Pr}{\mu^2} = 1.327 \cdot 10^8 \cdot 0.04^3 \cdot (54 - 0) \cdot 0.708 = 3.25 \cdot 10^5$$

$$\Rightarrow C = 0.480 \text{ och } n = 0.250$$

$$\Rightarrow Nu_D = 0.48 \cdot (3.25 \cdot 10^5)^{0.25} = 11.46$$

$$\Rightarrow h = \frac{Nu_D \cdot k_{luft}}{D_1} = \frac{11.46 \cdot 2.624 \cdot 10^{-2}}{0.04} = 7.52 \text{ W/m}^2, \text{ K}$$

Ur (1) fås  $T_{1,beräknad}$

$$T_{1,beräknad} = 48.4^\circ\text{C} \neq 54^\circ\text{C}$$

Ny gissning :  $T_1 = 48^\circ\text{C}$

$$\Rightarrow T_{film} = 24^\circ\text{C} = 297\text{K}$$

Materialdata för luft vid 297 K :

$$\frac{g\beta\rho^2}{\mu^2} = 1.402 \cdot 10^8 \frac{1}{\text{K}} m^3$$

$$k = 2.6005 \cdot 10^{-2} \text{ W/m, K}$$

$$Pr = 0.709$$

$$Gr = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 \Delta T}{\mu^2} = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 (T_1 - T_\infty)}{\mu^2}$$

$$Ra_D = Gr \cdot Pr = Gr = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 (T_1 - T_\infty) Pr}{\mu^2} = 1.402 \cdot 10^8 \cdot 0.04^3 \cdot (48 - 0) \cdot 0.709 = 3.05 \cdot 10^5$$

$$\Rightarrow C = 0.480 \text{ och } n = 0.250$$

$$\Rightarrow Nu_D = 0.48 \cdot (3.05 \cdot 10^5)^{0.25} = 11.30$$

$$\Rightarrow h = \frac{Nu_D \cdot k_{luft}}{D_1} = \frac{11.30 \cdot 2.6005 \cdot 10^{-2}}{0.04} = 7.33 \text{ W/m}^2, \text{ K}$$

Ur (1) fås  $T_{1,beräknad}$

$$T_{1,beräknad} = 48.9^\circ\text{C} \approx 48^\circ\text{C}$$

Svar : Yttemperaturen  $T_1 \approx 48^\circ\text{C}$

B3 lösning:

Sökt: Diffusiviteten,  $D_{AB}$

Givet:

$$P = 101326 \text{ Pa}$$

$$T = 293 \text{ K}$$

$$z_2 - z_1 = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$$

$$p^* = 5900 \text{ Pa} \Rightarrow y_{A1} = \frac{p^*}{P} = \frac{5900}{101325} = 0.0582$$

$$y_{A2} \approx 0$$

$$R = 8.314 \text{ J/mol, K}$$

$$m = 3.4 \text{ g}$$

$$t = 24 \text{ h} = 24 \cdot 3600 \text{ s} = 86400 \text{ s}$$

$$A_{iv} = 1.26 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$M = 46 \text{ g/mol}$$

Fluxet av etanol är :

$$N_{A,z} = \frac{m_A}{t \cdot A_{iv} \cdot M} = \frac{3.4}{86400 \cdot 1.26 \cdot 10^{-3} \cdot 46} = 6.79 \cdot 10^{-4} \text{ mol/s, m}^2$$

Det molära fluxet av etanol kan skrivas:

$$N_{A,z} = -cD_{AB} \frac{dy_A}{dz} + y_A (N_{A,z} + N_{B,z})$$

Diffusion genom stagnant gasfilm:

$$N_{B,z} = 0$$

$$\Rightarrow N_{A,z} = \frac{cD_{AB}}{(z_2 - z_1)} \ln \frac{(1 - y_{A2})}{(1 - y_{A1})}$$

$$c = \frac{P}{RT}$$

$$\Rightarrow N_{A,z} = \frac{PD_{AB}}{(z_2 - z_1)RT} \ln \frac{(1 - y_{A2})}{(1 - y_{A1})}$$

$$\Rightarrow D_{AB} = \frac{N_{A,z}(z_2 - z_1)RT}{P \ln \frac{(1 - y_{A2})}{(1 - y_{A1})}} = \frac{6.79 \cdot 10^{-4} \cdot 0.05 \cdot 8.314 \cdot 293}{101325 \ln \frac{1}{1 - 0.0582}} = 1.4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

## Lösning B4

a)

Antag att partikeln snabbt accelereras till sin konstanta fallhastighet.

Kraftbalans på en sotpartikel (sfär) ger  $F_g = F_m + F_l$ , där de enskilda krafterna ges av

$$F_g = mg = \rho_p Vg = \frac{\pi D^3 \rho_p g}{6}$$

$$F_l = \frac{\pi D^3 \rho_l g}{6}$$

och med Stokes lag ( $C_D = 24/Re_p$ ):

$$F_m = A_p C_D \frac{\rho_l v^2}{2} = \frac{\pi D^2}{4} C_D \frac{\rho_l v^2}{2} = \frac{\pi D^2}{4} \frac{24}{Re_p} \frac{\rho_l v^2}{2} = \frac{\pi D^2}{4} \frac{24\mu}{\rho_l D v} \frac{\rho_l v^2}{2} = 3\pi D \mu v$$

Lös ut hastigheten:

$$v = \frac{D^2 g (\rho_p - \rho_l)}{18\mu}$$

Luft vid 300 K:  $\rho = 1.18 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu = 1.85 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$

$$\Rightarrow v = 2.94 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$$

$$t = \frac{H}{v} = \frac{0.3 \text{ m}}{2.94 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}} = 2.8 \text{ h}$$

(Kontroll:  $Re_p \approx 2 \cdot 10^{-6}$  dvs Stokes lag gäller – OK!)

b)

Korrelation för värmeöverföringskoefficienten för en fallande sfär (20-36):

$$Nu_D = 2 + 0.6 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}$$

dvs vi kan beräkna  $h$  som

$$h = \frac{k_l}{D} (2 + 0.6 \text{Re}_D^{1/2} \text{Pr}^{1/3})$$

Vid 300 K gäller  $k_l = 2.62 \cdot 10^{-2} \text{ W/m}\cdot\text{K}$  och  $\text{Pr} = 0.708 \Rightarrow h = 52432 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$

Vi har från (18-7) att

$$Bi = \frac{h(V/A)}{k_p} = \frac{hD}{6k_p} = 4.4 \cdot 10^{-5} \ll 0.1$$

så att temperaturen i partikeln kan antas uniform vid given tid  $t$  och beräknas ur (18-5)

$$\frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \exp\left[-\frac{6ht}{D\rho_p c_{p,p}}\right]$$

Eftersom högerledet blir  $\approx 0$  har vi att  $T - T_\infty = 0 \Leftrightarrow T = T_\infty$   
vilket alltså ger  $T = 300 \text{ K}$  (dvs partikeln kyls snabbt till omkringvarande lufts temperatur).