TENTAMEN I TRANSPORTPROCESSER I KEMITEKNIKEN (KAA060)

Tisdag 19 augusti 2008 kl 08.30-13.30 i V.

Anders Rasmuson är anträffbar för frågor på telefonankn 2940 eller 27 36 06 och kommer att vara i tentamenslokalen vid två tillfällen: kl 9-10 och kl 11-12.

Granskning av tentamensrättningen kan ske tidigast den 8 september 2008.

Tentamen omfattar:

A. Teori (24 p)

Inga hjälpmedel tillåtna!

B. Problem (36 p)

Tillåtna hjälpmedel:

Valfri kalkylator (nollställd)

3W (Welty, Wicks och Wilson: Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer)

PM: Transportprocesser, kompletterande material (sid 1-13)

Räknetabell (exvis TEFYMA, Nya Formelsamlingen eller BETA)

Physics Handbook

Betygsgränser

Poäng:	0-29	30-39	40-49	50-60
Betyg:	U	3	4	5

Del A måste lämnas in innan del B (med hjälpmedel) får påbörjas!

OBS! Erratalista till kursboken (3W) bifogas tentamenstesen

DEL A. TEORI

A1.

a) Hur högt kan fontänen maximalt spruta i Heron's fontän (se Figur A1, använd figurens beteckningar)? Motivera! (2p)

b) Strålen i fontänen vidgas med höjden ovanför munstycket. Förklara! (2p)

A2. (3p)

a) I Figur A2 visas skjuvspänning (shear stress) mot skjuvhastighet (rate of shear strain) för två olika Newtonska vätskor. Vilken vätska har högst viskositet? Motivera!

b) I samma figur visas motsvarande för en typ av icke-Newtonsk vätska. Tolka figuren för detta fall!

c) Hur ändras viskositeten med ökande temperatur för gas respektive vätska?

A3. Navier-Stokes ekvation ges av:

$$\rho\left(\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t} + \mathrm{v}\cdot\nabla\mathrm{v}\right) = \mu\nabla^2\mathrm{v} + \rho\mathrm{g} - \nabla\mathrm{p}$$

Hur förenklas ekvationen för (motivera):

a) stationär strömning
b) låga värden på Reynolds tal
c) flöden med hög hastighet och låg (men ej försumbar) viskositet (3p)

A4. Visa att Nu = 2 för fallet med enbart värmeledning (stationär) från en sfär till en stor stillastående volym fluid. Antag att temperaturen på ytan av sfären (r= R) är T_R och långt ifrån (r = ∞) är T_∞. (4p)

A5. Vid konvektiv uppvärmning av en fast kropp används Biot's tal, Bi=hL/k, för att karakterisera värmeöverföringen. Diskutera värmeöverföringen mellan den fasta kroppen och omströmmande medium för fallen Bi liten, Bi≅1 och Bi stor. Vilka approximationer kan göras i respektive fall? (3p)

A6. Härled med en differentiell massbalans ett uttryck för koncentrationsprofilen för stationär masstransport i en diffusionscell (Figur A3)! Gasen B är olöslig i vätskan A. (4p)

A7.

a) Beskriv hur Chilton-Colburn analogin kan användas för att bestämma värmeöverföringskoefficienten h om massöverföringskoefficienten k_c är känd för motsvarande strömningsfall! (2p)

b) Varför måste analogin användas med försiktighet då den utvidgas till att även inkludera rörelsemängd? (1p)

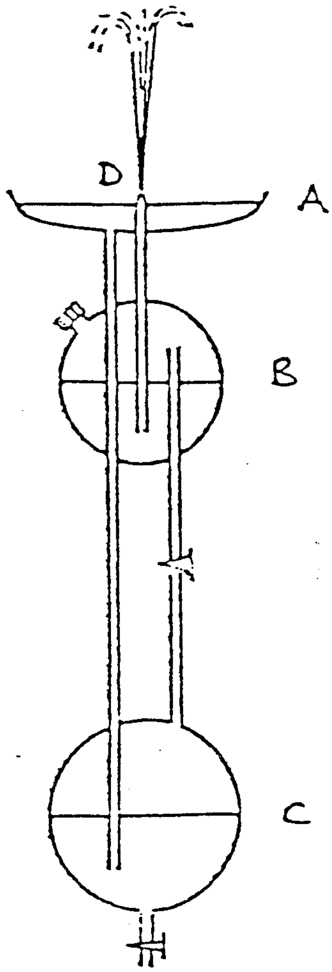


Fig. A1

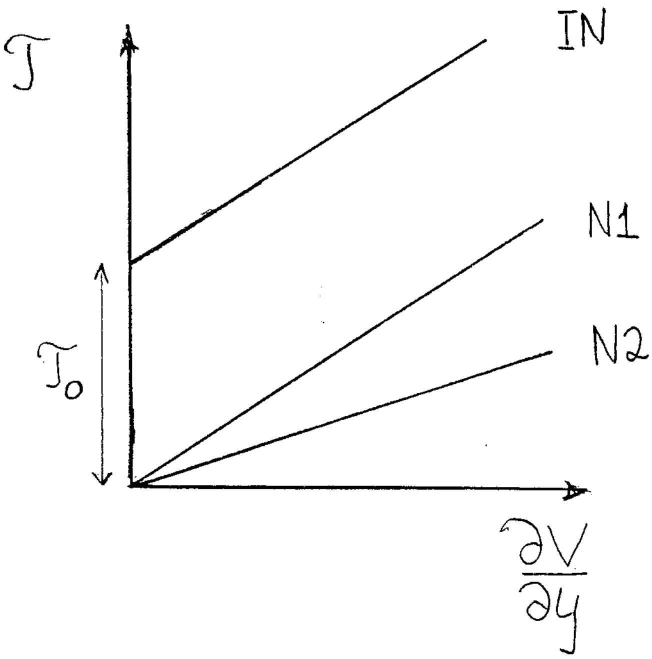


Fig. A2

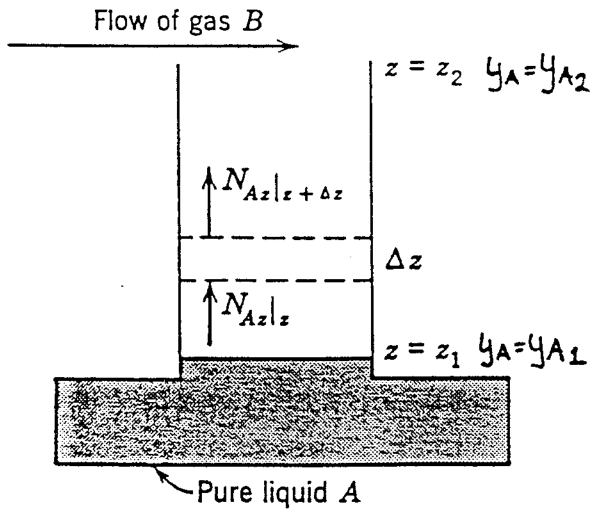


Fig. A3

DEL B. PROBLEM

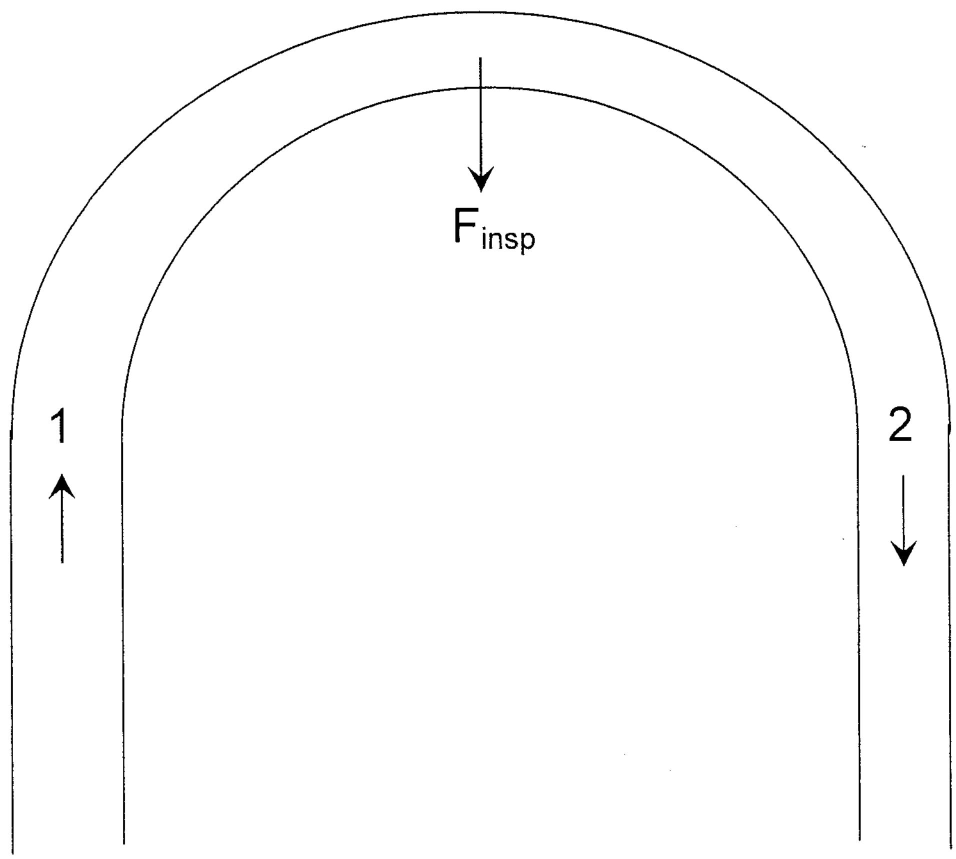
B1

Vatten strömmar genom horisontellt rörböj enligt figuren. Beräkna trycket i 1 om tyngdkraften kan försummas.

$D_1 = 10$ cm
$D_2 = 8$ cm
$F_{insp} = 569$ N
$v_1 = 3$ m/s
$P_{atm} = 101\,325$ Pa
$\rho_{vatten} = 998$ kg/m^3

K = 2.78 (engångsförlustfaktorn för kröken baserad på medelhastigheten i rörböjen)

(10p)



B2

Från en industri skall rökgaser släppas ut genom en 70 m hög cirkulär skorsten med innerdiametern 0.7 m. Rökgaserna innehåller emellertid svavelföreningar som kondenserar ut till svavelsyra vid 323K, vilket man vill förhindra. Vilket massflöde kan man minimalt ha för att precis förhindra kondensation av svavel, om utomhustemperaturen är 283K och värmeöverföringstalet från omgivande luft till utsidan av skorstenen är 33 $W/m^2,K$? Rökgaserna har temperaturen 343K in till skorstenen.

Följande data gäller (data för rökgasen kan anses vara konstanta i det aktuella temperaturintervallet):

godstjocklek = $R_y - R_i$ = 10 cm
$k_{skorsten} = 0.59$ W/m,K
$k_{rökgas} = 0.03$ W/m,K
$\rho_{rökgas} = 1.189$ kg/m^3
$\nu_{rökgas} = 18.1 \cdot 10^{-6}$ m^2/s
$c_{p,rökgas} = 1005$ J/kg,K
$Pr_{rökgas} = 0.8$

(10 p)

B3

En medicin skall tillföras kroppen via magsäcken. Det aktiva ämnet A är jämnt fördelat i gelbaserade sfärer, ämne B. Hur lång uppehållstid krävs i magsäcken för att koncentrationen av A i mitten av en sfär skall vara 25% av den ursprungliga. Koncentrationen av A i magsäcken är försumbar.

$D_{AB} = 5 \cdot 10^{-7}$ cm^2/s
$D_{sfär} = 1.5$ mm

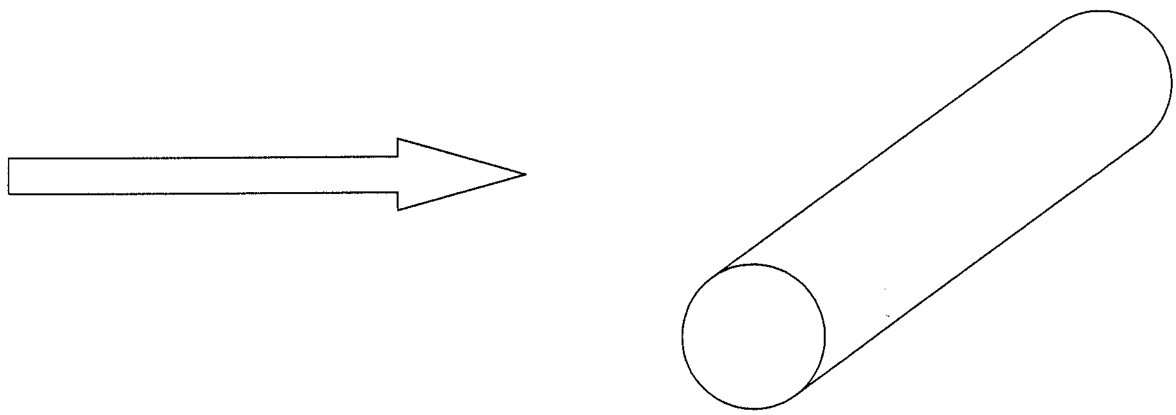
Det yttre transportmotståndet är försumbart.

(8p)

B4

Torr luft blåser tvärströms över en horisontell cylinder av is (se figur). Från tidigare studier vet man värmeöverföringstalet mellan luft och cylinder, h = 20 W/m^2,K. Luft och is har båda temperaturen 0°C, vilket innebär att systemet befinner sig i ett sådant tillstånd att isen sublimerar (dvs bildar vattenånga direkt från fast fas). Beräkna med vilken hastighet isen sublimerar [kg/m^2,s]! Ändytorna kan försummas. Ångtrycket av vattenånga över is vid 0°C är 600 Pa.

(8 p)



Erratalista till 3W 4:e upplagan

Sidan 151, Figur 12.2: CD-axel

	Står 0	Skall stå: 1
Sidan 190, ekv. 14-16	Står: $\frac{\Delta P}{\rho}$	Skall stå: $\frac{\Delta P}{\rho g}$

Erratalista till 3W 3:e upplagan

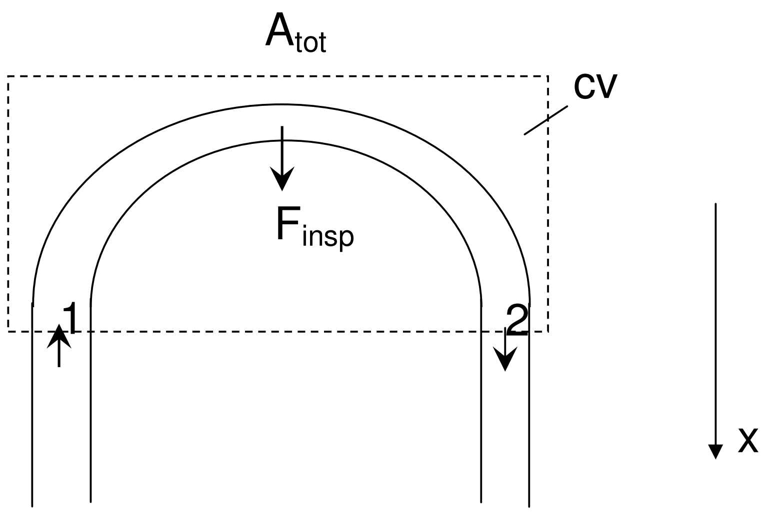
Sidan 210, ekv. 14-16	Står: $\frac{\Delta P}{\rho}$	Skall stå: $\frac{\Delta P}{\rho g}$
Sidan 358, ekv. 20-10	Står: Ra_D	Skall stå: $Ra_D^{1/6}$
Sidan 370, ekv. 20-32	Står: 0.36	Skall stå: 0.036
Sidan 375, ekv. 20-35	Står: $Re_D^{1/2}$	Skall stå: $Re_D^{1/2}$

Lösning B1:

$D_1 = 10$ cm
$D_2 = 8$ cm
$F_{insp} = 569$ N
$v_1 = 3$ m/s
$P_{atm} = 101\ 325$ Pa
$\rho_{vatten} = 998$ kg/m^3

K = 2.78 (engångsförlustfaktorn för kröken baserad på medelhastigheten)

Beräkna trycket i 1



$$\text{K.E.: } v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2} = \frac{v_1 D_1^2}{D_2^2} = \frac{3 \cdot 0.10^2}{0.08^2} = 4.6875 \text{ m/s}$$

Kraftbalans: $\mathbf{F}_{tryck} + \mathbf{F}_{insp} = \mathbf{F}_{strömning} \quad (1)$

$$\mathbf{F}_{strömning} = \iint_{c.s.} \mathbf{v}\rho(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\mathbf{dA} + \frac{\partial}{\partial t}\iiint_{c.v.} \rho\mathbf{v}dV$$

Stationärt och endast x-led intressant $\Rightarrow$

$$F_x = \iint_{c.s.} v_x \rho(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\mathbf{dA} = -v_1\rho v_1 A_1 \cos 180 + v_2 \rho v_2 A_2 \cos 0 = v_1^2 \rho A_1 + v_2^2 \rho A_2$$

$$F_{tryck,x} = P_{atm}A_{tot} - P_{atm}(A_{tot} - (A_1 + A_2)) - P_1 A_1 - P_2 A_2 = A_1(P_{atm} - P_1) + A_2(P_{atm} - P_2)$$

$$(1) \Rightarrow v_1^2 \rho A_1 + v_2^2 \rho A_2 = F_{insp} + A_1(P_{atm} - P_1) + A_2(P_{atm} - P_2) \quad (2)$$

Bernoullis med förluster:

$$P_1 + \frac{v_1^2 \rho}{2} + \rho g y_1 = P_2 + \frac{v_2^2 \rho}{2} + \rho g y_2 + \Delta P_f$$

Engångsförlust $\Rightarrow$

$$\Delta P_f = K \frac{v_{medel}^2 \rho}{2}$$

$$v_{medel} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{3 + 4.6875}{2} = 3.84375 \text{ m/s}$$

horisontellt rör $\Rightarrow y_1 = y_2$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) + K \frac{v_{medel}^2 \rho}{2} \qquad (3)$$

genom att kombinera ekv 2 och 3 fås:

$$P_1 = -\frac{v_1^2 \rho A_1 + v_2^2 \rho A_2 - F_{insp} - A_2 \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) - A_2 K \frac{v_{medel}^2 \rho}{2}}{A_1 + A_2} + P_{atm}$$

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{2} = 0.007854 \text{ m}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D_2^2}{2} = 0.005027 \text{ m}^2$$

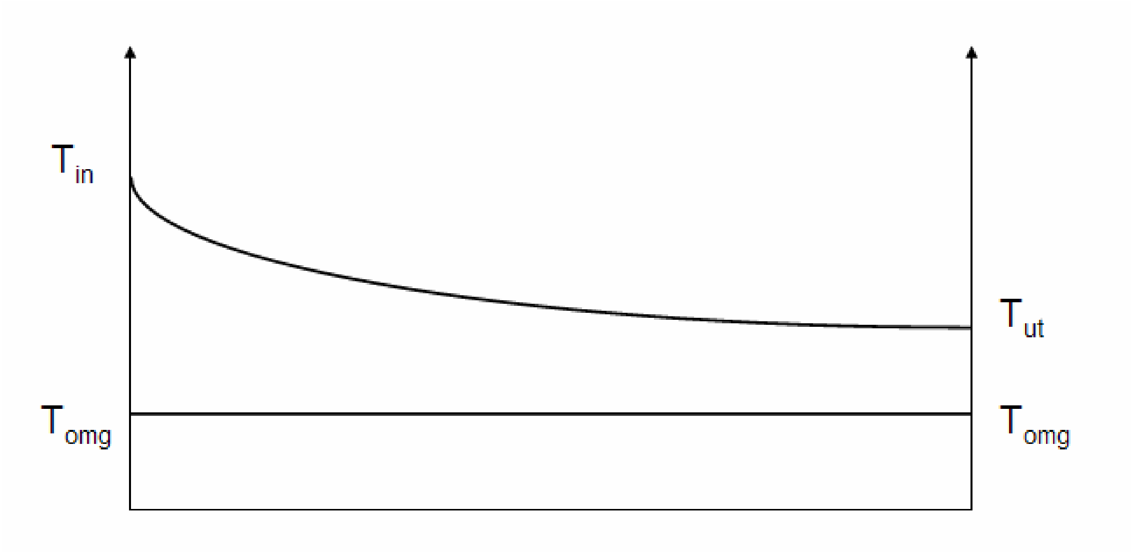
$$P_1 = 142 \text{ kPa}$$

B2

Sökt: Massflödet rökgaser som ger temperaturen 323K ut ur skorstenen [kg/s].

Lösning:

Omgivningens temperatur är 283K utanför hela skorstenen, medan rökgasernas temperatur minskar.



Det sökta massflödet är relaterat till värmefluxet från rökgaserna ut till omgivningen:

$$q = \dot{m}c_{p,rökgaser}\Delta T = \dot{m}c_{p,rökgaser}\left(T_{in} - T_{ut}\right) \qquad (1)$$

Värmefluxet kan också beräknas genom att betrakta skorstenen som en värmeväxlararea:

$$q = UA\Delta T_{lm} \qquad (2)$$

Uttrycket (2) blir i detta fall:

$$q = UA\Delta T_{lm} = UA\left(\frac{\left(T_{in}-T_{omg}\right)-\left(T_{ut}-T_{omg}\right)}{\ln\left[\frac{\left(T_{in}-T_{omg}\right)}{\left(T_{ut}-T_{omg}\right)}\right]}\right) =$$

$$= UA\frac{T_{in}-T_{ut}}{\ln\left[\frac{\left(T_{in}-T_{omg}\right)}{\left(T_{ut}-T_{omg}\right)}\right]} = \left\{U = \frac{1}{A\sum R}\right\} = \qquad (3)$$

$$= \frac{T_{in}-T_{ut}}{\sum R\cdot\ln\left[\frac{\left(T_{in}-T_{omg}\right)}{\left(T_{ut}-T_{omg}\right)}\right]}$$

Dessa värmeflux är givetvis lika, varför:

$$\dot{m}c_{p,rökgaser} = \frac{1}{\sum R\cdot\ln\left[\frac{\left(T_{in}-T_{omg}\right)}{\left(T_{ut}-T_{omg}\right)}\right]} \qquad (4)$$

Temperaturerna och $c_{p,rökgaser}$ är givna, alltså återstår endast att bestämma ΣR.

ΣR ("summan av resistanserna") kan skrivas som (se kapitel 15 i boken):

$$\sum R = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln\left(R_y/R_i\right)}{2\pi k_{skorsten}L} + \frac{1}{h_y A_y} \qquad (5)$$

där	$h_y = 33$ W/m^2,K	(givet)
	$k_{skorsten} = 0.59$ W/m,K	(givet)
	$L = R_y - R_i = 10$ cm	(givet)
	$L_{skorsten} = 70$ m	(givet)
	$D_i = 0.7$ m	(givet)
	$D_y = D_i + 2(R_y - R_i) = 0.9$ m	
	$A_i = \pi D_i L_{skorsten} \approx 154\ \text{m}^2$	
	$A_y = \pi D_y L_{skorsten} \approx 198\ \text{m}^2$	

Allt som saknas är alltså värmeöverföringskoefficienten på insidan, h_i.

Vi har gasströmning inuti ett cirkulärt rör. Strömningsregim (laminärt eller turbulent) ej känd $\Rightarrow$ antag t ex turbulent strömning (mest rimligt för avgaser i skorsten) $\Rightarrow$ hitta lämplig korrelation (forced convection; internal, turbulent flow) $\Rightarrow$

Dittus & Boelter: $$Nu_D = \frac{h_i D}{k_{rökgaser}} = 0.023\,\text{Re}_D^{0.8}\,\text{Pr}^n \qquad (6)$$

(1) $\Rightarrow$ n = 0.3 (rökgaserna kyls)

(2) $\Rightarrow$ alla fluidegenskaper skall tas vid bulkmedeltemperaturen (OK, ty de är givna och får antas konstanta på aktuellt temperaturintervall)
(3) $\Rightarrow$ $Re_D > 10^4$ (kontrollera i efterhand!)
(4) $\Rightarrow$ $0.7 < Pr < 100$ (OK)
(5) $\Rightarrow$ $L/D > 60$ (OK)

Reynolds tal baserat på massflödet:

$$\mathrm{Re}_D = \frac{vD}{\nu} = \frac{\left(\frac{4\dot{m}}{\pi\rho D^2}\right)D}{\nu} = \frac{4\dot{m}}{\pi\rho\nu D} \tag{7}$$

…kan sättas in i (6), varefter h_i löses ut och sätts in i (4) via (5). Detta ger då:

$$\dot{m}c_{p,rökgaser} = \frac{1}{\left(\frac{1}{0.023\frac{k_{rökgaser}}{D}\left(\frac{4\dot{m}}{\pi\rho\nu D}\right)^{0.8}\mathrm{Pr}^{0.3}A_i} + \frac{\ln\left(R_y/R_i\right)}{2\pi k_{skorsten}L} + \frac{1}{h_y A_y}\right)\cdot\ln\left[\frac{\left(T_{in}-T_{omg}\right)}{\left(T_{ut}-T_{omg}\right)}\right]} \tag{8}$$

som efter insättning* ger $\mathbf{\dot{m} = 1.42\ kg/s}$

Måste utföra kontroll (3) för Dittus & Boelter $\Rightarrow$ OK, ty $Re_D = 1.2 \cdot 10^5 > 10^4$

***** *Det går naturligtvis bra att iterera också, om man inte känner för att jobba med så stora uttryck.*

Lösning B3:

Beräkna tiden det tar för koncentrationen i mitten av sfärerna att nå 25% av den ursprungliga koncentrationen.

$\Rightarrow$ Instationär masstransport i en sfär!

$\Rightarrow$ Diagramlösning

Data:

$c_{A,s} = 0$

$c_A = 0.25 c_{A,0}$

$D_{AB} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2 / s = 5 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2 / \text{s}$

$D_{sfär} = 1.5 \text{ mm} = 0.0015 \text{ m}$

$$Y = \frac{c_{A,s} - c_A}{c_{A,s} - c_{A,0}} = \frac{0 - 0.25 c_{A,0}}{0 - c_{A,0}} = 0.25$$

$n = 0$ (i mitten av sfären)

$m = 0$ (det yttre motståndet kan försummas)

Ur diagram fås: $X = 0.21$

$$\Rightarrow t = \frac{X x_1^2}{D_{AB}} = \frac{X D_{sfär}^2}{4 D_{AB}} = \frac{0.21 \cdot 0.0015^2}{4 \cdot 5 \cdot 10^{-11}} = 2360 \text{ s} = 39 \text{ min}$$

B4

Sökt: Hastigheten med vilken isen sublimerar [kg/m^2,s].

Lösning:

Hastigheten med vilken isen sublimerar [mol/m^2,s] (omvandla till kg senare) ges av:

$N_A = k_c(c_{surface} - c_\infty)$

Bägge koncentrationerna är givna (antaget torr luft långt bort respektive mättad ånga vid ytan):

$c_\infty = 0$ Pa (torr luft)
$c_{surface} = (p_A/RT) = (600/(8.3145*273.15))$ Pa $= 0.2642$ mol/m^3 (mättad ånga)

Vi saknar alltså endast massöverföringskoefficienten k_c.

Strömning runt en kropp ⇒ analogi mellan masstransport och värmetransport (Chilton-Colburn) är giltig ⇒ använd information om *h* för att bestämma k_c:

$j_D = j_H \quad \Rightarrow$

$$\frac{h}{\rho v_\infty c_p}\mathrm{Pr}^{2/3} = \frac{k_c}{v_\infty}Sc^{2/3} \quad \Rightarrow \quad k_c = \frac{h}{\rho c_p}\left(\frac{\mathrm{Pr}}{Sc}\right)^{2/3}$$

h = 20 W/m^2,K (givet i uppgiften)

Materialdata hämtas ur lämpligt appendix:

$\rho = 1.3$ kg/m^3 (luft 0°C)
$c_p = 1000$ J/kg,K (luft 0°C)
Pr = 0.715 (luft 0°C)
$\nu = 1.3 \cdot 10^{-5}$ m^2/s (luft 0°C)

Diffusiviteten av vatten i luft vid 273 K och 1 atm totaltryck fås ur appendix med omräkning:

$D_{AB,298K}P = 2.634$ m^2,Pa/s
P = 1 atm ⇒ $D_{AB,298K} = 2.67 \cdot 10^{-5}$ m^2/s
$D_{AB,273K} = D_{AB,298K} \cdot (T_{273}/T_{298})^{3/2} = 2.34 \cdot 10^{-5}$ m^2/s (försumma kollisionsintegralen)
$Sc = \nu/D_{AB} = 0.556$

Insättning ⇒ $k_c = 0.0182$ m/s ⇒ $N_A = 0.00481$ mol/m^2,s

Omvandla till [kg/m^2,s] mha molmassan för A (18.0 g/mol) ⇒ N_A = **$8.65 \cdot 10^{-5}$ kg/m^2,s**