TENTAMEN I TRANSPORTPROCESSER I KEMITEKNIKEN (KAA060)

Lördag 20 december 2008 kl 08.30-13.30 i V.

Anders Rasmuson är anträffbar för frågor på telefonankn 2940 eller 27 36 06 och kommer att vara i tentamenslokalen vid två tillfällen: kl 9-10 och kl 11-12.

Granskning av tentamensrättningen kan ske tidigast den 20 januari 2009.

Tentamen omfattar:

A. Teori (24 p)

Inga hjälpmedel tillåtna!

B. Problem (36 p)

Tillåtna hjälpmedel:

Valfri kalkylator (nollställd)

3W (Welty, Wicks och Wilson: Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer)

Räknetabell (exvis TEFYMA, Nya Formelsamlingen eller BETA)

Physics Handbook

Betygsgränser

Poäng:	0-29	30-39	40-49	50-60
Betyg:	U	3	4	5

Del A måste lämnas in innan del B (med hjälpmedel) får påbörjas!

OBS! Erratalista till kursboken (3W) bifogas tentamenstesen

DEL A. TEORI

A1. Hålet i botten på en tank är från undersidan täckt med ett lock, som genom en tråd är förbunden med en "lyftkropp" i vattnet enligt Figur A1. Ta fram ett kriterium för när detta fungerar så att vattnet inte rinner ut! (3p)

A2. Vid tömning av ett akvarium används ibland en hävert (Figur A2). Härled ett uttryck för utloppshastigheten V_2! (2p)

A3. En vätska strömmar laminärt mellan två horisontella plattor. Ställ med hjälp av balans över kontrollvolym (dvs. ej genom förenkling av NS ekvation) upp en modell (inklusive randvillkor) för hastighetsprofilen i spalten under stationära förhållanden. Strömningen är fullt utbildad och änd-effekter kan försummas. Modellen behöver ej lösas! (4p)

A4. Temperaturprofilen vid stationära förhållanden i en vägg med tre material visas i Figur A3. Vilket material har den lägsta värmekonduktiviteten? Motivera! (2p)

A5. I Figur A4 visas exempel på påtvingad och fri konvektion av värme, respektive. (4p)

a) Vilket fall är vilket och vad karakteriserar respektive fall?
b) Vilka dimensionslösa tal används för att beskriva respektive värmeöverföringsfall? Ge talen fysikalisk tolkning!

A6. Vid diagramlösning för instationär värmeledning i serie används relativ tid $X = \alpha t / x_1^2$ och relativ resistans $m = k / hx_1$. (3p)

a) Ge analoga uttryck för X och m vid instationär diffusion!
b) Motivera varför x_1 ingår i uttrycket för m!

A7. I Figur A5 visas koncentrationsprofiler vid instationär diffusion av komponent A i mediet B vid rumstemperatur. Är B vätska eller gas? Motivera! (2p)

A8. I Figur A6 visas fallet med absorption av en löslig gas-komponent i en fallande vätskefilm (massöverföringsmotståndet i gas-fasen är försumbart). (2p)

a) Var längs filmen är massöverföringen av komponenten från gas till vätska störst? Motivera!

b) Bestäm den konvektiva (medel) massöverföringskoefficienten om medel-fluxet ges av: $N_{avg} = 2\sqrt{\frac{D_{AB} v_{\max}}{\pi L}}\left(c_{A,s} - c_{A,0}\right)$

A9. I Figur A7 visas koncentrationsprofilerna på gas- och vätske-sidan enligt tvåfilmsteorin. (2p)

a) Åt vilket håll sker masstransporten? Motivera!
b) Hur kan massöverföringskoefficienten för gasfasen k_G beräknas om film-tjockleken δ_G är känd (bulkbidraget kan försummas)?

Fig. A1

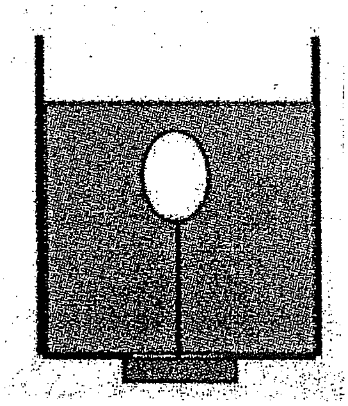


Fig. A2

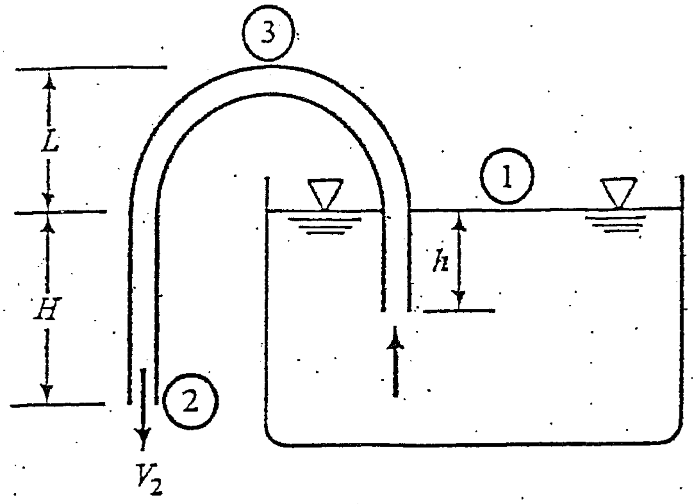
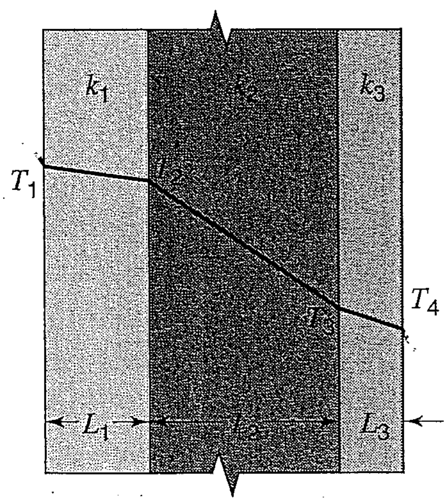


Fig. A3



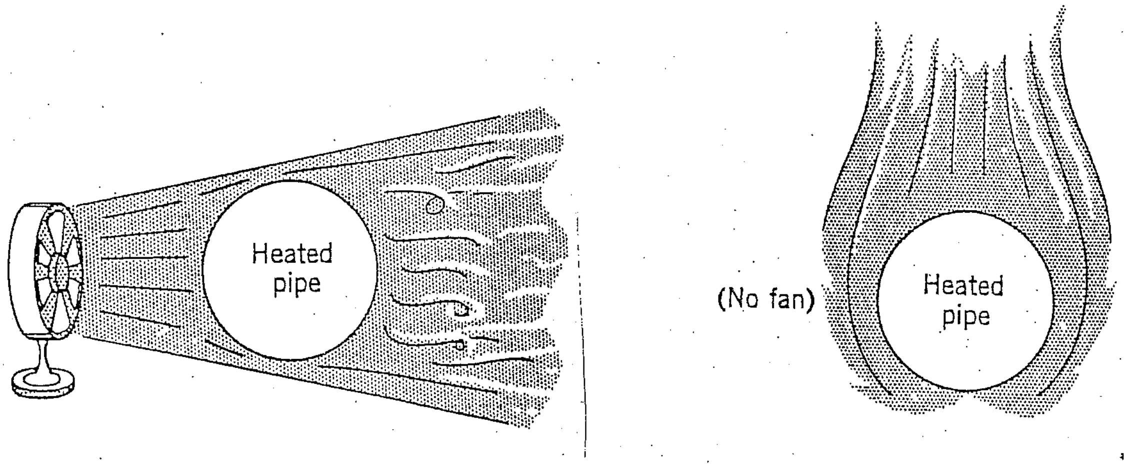

Heated pipe
(No fan)
Heated pipe

Fig. A4

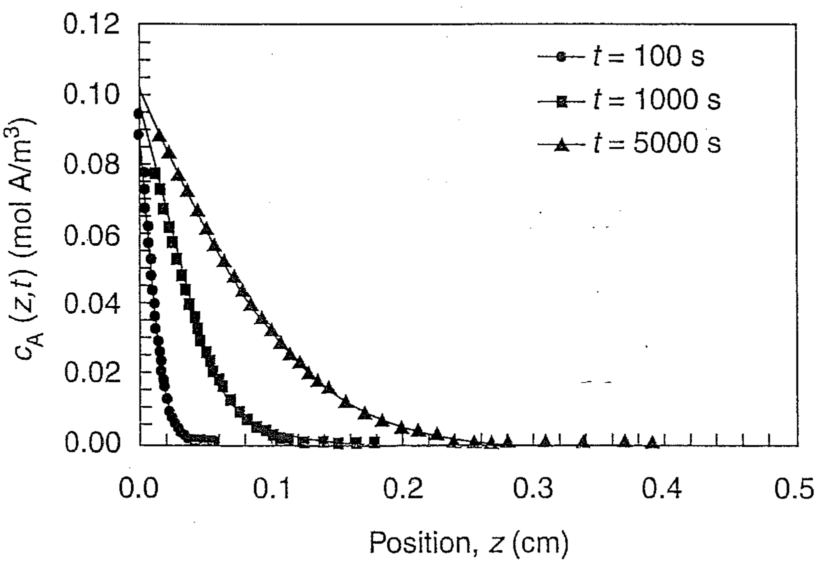

0.12
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
$c_A\,(z,t)$ (mol A/m^3)
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
Position, z (cm)
t = 100 s
t = 1000 s
t = 5000 s

Fig. A5

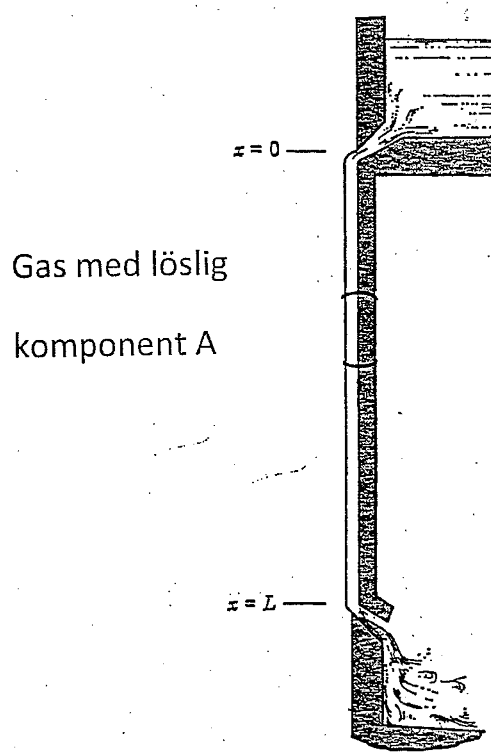

x = 0
x = L
Gas med löslig
komponent A

Fig. A6

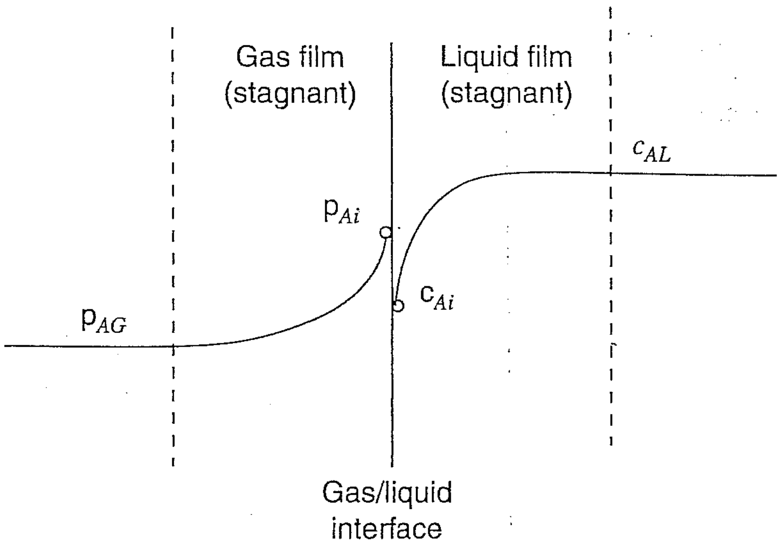

Gas film
(stagnant)
Liquid film
(stagnant)
c_{AL}
p_{Ai}
c_{Ai}
p_{AG}
Gas/liquid
interface

Fig. A7

DEL B. PROBLEM

B1

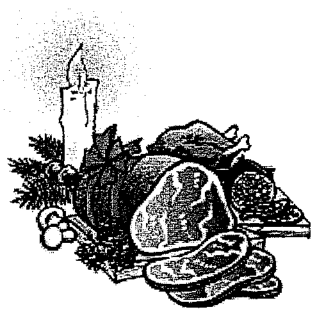
Vid kokning av julskinka vill man nå en temperatur av 72°C i centrum av skinkan. Innan skinkan läggs i vattnet håller den en jämn temperatur av 20°C. Tyvärr har Nisse klantat sig och inte satt termometern i mitten av skinkan utan missat mitten med 6 cm. Vilken temperatur kommer det att vara i mitten av skinkan när 72 grader uppnåtts i punkten där termometern sitter? Antag att skinkan är sfärisk och att det konvektiva motståndet kan försummas.

Data:

$D_{skinka} = 30$ cm

$T_{vatten} = 100$°C

(8 p)



B2

Gaser med små molekyler, såsom vätgas, kan långsamt läcka ut ur behållare genom att diffundera genom behållarens väggar. Ett visst företag brukar förvara ren vätgas i behållare av stål vars väggar är 5 mm tjocka. I normala fall är kvaliteten på stålet sådan att diffusiviteten av vätgas i stålet är av storleksordningen $1 \cdot 10^{-8}$ m^2/s. På grund av otillräckliga specifikationer vid inköp av nya behållare har man emellertid för tillfället köpt in behållare tillverkade av ett material där diffusiviteten av vätgas är $9.2 \cdot 10^{-6}$ m^2/s. Man är nu orolig över att detta kommer att innebära att vätgasen läcker ut betydligt snabbare. Beräkna fluxet [mol/m^2,s] av vätgas ut i det omgivande rummet genom väggen på en nyinköpt behållare!

Det kan antas att det utanför väggen finns en 0,5 cm tjock gasfilm, och att koncentrationen av vätgas i luften utanför denna film är approximativt noll. Det kan också antas att luften är olöslig i behållarmaterialet. Diffusiviteten av vätgas i luft kan antas vara 7.4 10^{-5} m^2/s. Tryck och temperatur i det omgivande rummet samt i behållaren är 1 atm respektive 22°C. Hänsyn behöver ej tagas till eventuell areaökning genom behållarväggen.

(10 p)

B3

Kylvatten från en industriell processanläggning passerar i ett betongrör med tillhörande munstycke ut i havet, enligt figuren nedan. Röret och munstycket ligger 4 meter under havsytan. Man har bestämt engångsmotståndet för munstycket till $K = 2$ baserat på kylvattnets hastighet i munstyckets utlopp. Kylvattnets temperatur är 60 grader Celcius. Havsvattnets temperatur är 15 grader Celcius.

a. Bestäm tryckfallet över munstycket.
b. Bestäm till storlek och riktning den kraft med vilken munstycket påverkar betongröret.

(8 p)

B4

Vid den ursprungliga tillverkningen av röret i figuren användes av misstag betong som var förorenat av det giftiga ämnet A. Detta leder normalt inte till några komplikationer eftersom ämnet A inte läcker ut i kylvattenströmmen vid normala temperaturer, utan istället stannar kvar i rörväggen. För att göra en riskbedömning, vill man dock undersöka vad som händer om kylvattenflödet plötsligt skulle få en högre temperatur än den normala, med följd att A skulle läcka ut i kylvattenströmmen och sedermera ut i havet.

Två olika tänkbara modeller ställs upp för förloppet.

Modell 1: Fluxet [mol/m^2,s] av A från rörväggen är konstant utmed hela rörväggen.
Modell 2: Koncentrationen [mol/m^3] av A på rörväggen är konstant utmed hela rörväggen.

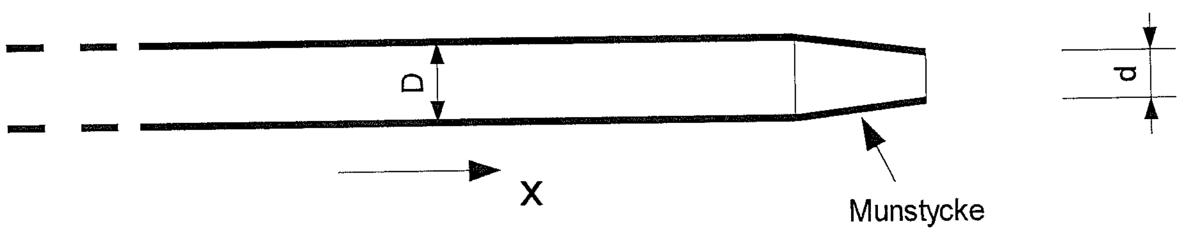
Det högsta tillåtna molbråket av A i utflödet är 0,001.

a. Bestäm det högsta möjliga fluxet från rörväggen enligt *Modell 1.*
b. Bestäm den högsta möjliga koncentrationen på rörväggen enligt *Modell 2.*

Kylvattenströmmens temperatur i denna uppgift är 95 grader Celcius. Blandningen av A och vatten har samma fluidegenskaper (densitet, viskositet mm) som rent vatten. A:s diffusivitet i vatten är vid den aktuella temperaturen $10{*}10^{-9}$ m^2/s och dess molmassa är 18 g/mol. Förloppet antas äga rum under stationära betingelser. Försumma munstyckets eventuella inverkan.

(10 p)

Figur till Uppgift B3 och B4



Diameteren D	6 dm		
Diametern d	3 dm	Kylvattenflödet	0,32 m^3/s
Rörets längd	200 m	Relativ ytråhet (e/D)	0,04

Erratalista till 3W 5:e upplagan

Sidan 141, Exempel 1	Lyftkraften saknas!	
Sidan 175, ekv. 13-16	Står: $\frac{\Delta P}{\rho}$	Skall stå: $\frac{\Delta P}{\rho g}$
Sidan 555, Figur 29.3	Står $p_{A_i} = Hc_{A_i}^*$	Skall stå: $p_{A_i} = Hc_{A_i}$
Sidan 556, Figur 29.5	Står $p_{A_i} = Hc_{A_i}^*$	Skall stå: $p_{A_i} = Hc_{A_i}$

Erratalista till 3W 4:e upplagan

Sidan 151, Figur 12.2: CD-axel

	Står 0	Skall stå: 1
Sidan 190, ekv. 14-16	Står: $\frac{\Delta P}{\rho}$	Skall stå: $\frac{\Delta P}{\rho g}$

B1 Lösning

Givet:

$T_0 = 20°C$

$T = 72°C$

$T_\infty = 100°C$

$x_1 = \frac{D}{2} = 0.15 \text{ m}$

Det konvektiva motståndet kan försummas

Beräkna X i punkten som är 6 cm från mitten

$Y = \frac{T_\infty - T}{T_\infty - T_0} = \frac{100-72}{100-20} = 0.35$

$m \approx 0$ (det konvektiva motståndet kan försummas)

$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0.06}{0.15} = 0.4$

$\Rightarrow X = 0.175$

Vad är temperaturen i mitten när X=0.14?

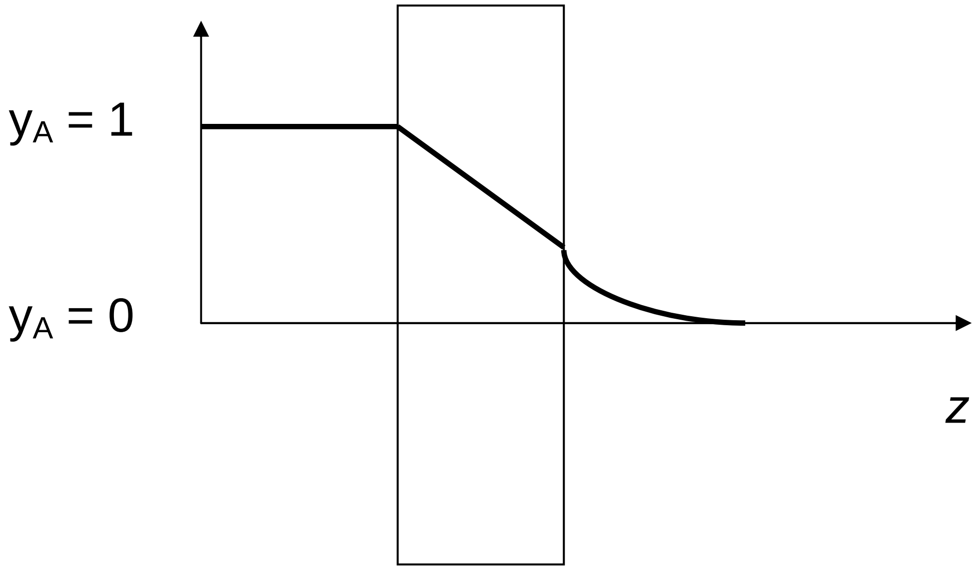
$n = 0$

$m = 0$

$\Rightarrow Y = 0.49$

$\Rightarrow T = T_\infty - Y(T_\infty - T_0) = 100 - 0.49(100-20) = 60.8°C$

B2 Lösningsförslag



Steady-state ger: $N_{A,vägg} = N_{A,film}$

där

$$N_{A,vägg} = -D_{A-stål}\frac{\partial c_A}{\partial z} \qquad \text{(inget bulkbidrag pga fast ämne)} \qquad (1)$$

$$N_{A,film} = \frac{cD_{A-luft}}{\Delta z}\ln\left[\frac{1-y_{A,omgivning}}{1-y_{A,utsida\ av\ vägg}}\right] \qquad \text{(diffusion genom stagnant komponent)} \qquad (2)$$

Integration av (1) ger

$$N_{A,vägg} = D_{A-stål}\frac{c_{A,insida}-c_{A,utsida}}{z_{utsida}-z_{insida}} \qquad (3)$$

Koncentrationen på insidan är känd:

$$c_{A,insida} = y_{A,insida}\frac{P_{insida}}{RT} = 41.31 \text{ mol/m}^3 \qquad (4)$$

Vi kan alltså skriva:

$$N_{A,vägg} = D_{A-stål}\frac{c_{A,insida}-c_{A,utsida}}{z_{utsida}-z_{insida}} = (0.0760 - 0.00184*c_{A,utsida}) \text{ mol/m}^2\text{,s} \qquad (5)$$

I filmen på utsidan gäller för totalkoncentrationen:

$$c = \frac{P}{RT} = 41.3 \text{ mol/m}^3 \qquad (6)$$

Och då även alltså:

$$c_{A,utsida} = y_{A,utsida}\frac{P_{utsida}}{RT} = 41.3 * y_{A,utsida} \qquad (7)$$

Insättning av (7) i (5):

$$N_{A,vägg} = 0.0760*(1 - y_{A,utsida}) \text{ mol/m}^2\text{,s} \qquad (8)$$

Då $y_{A,omgivning}$ = 0 får vi med insatta värden att (2) ger oss:

$$N_{A,\,film} = 0.611 \cdot \ln\left[\frac{1}{1 - y_{A,utsida}}\right] \qquad (9)$$

Kombination av (9) och (8) ger nu:

$$y_{A,utsida} = 0.105 \qquad (10)$$

Insättning av (10) i (9) eller (8) ger slutligen:

$N_A =$ **0.0680 mol/m^2,s**

Lösningsförslag TRP tentamen 2008-12-20 uppgift B3
LHå/2008-12-17

Materialdata för vatten vid 60 grader Celcius: $\rho = 983.2$ kg/m^3.

Eftersom engångsförlusten K är given kan Bernoullis ekvation med förlustterm användas;

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + \Delta P_f \tag{1}$$

där index 1 betecknar förhållanden i munstyckets inlopp och 2 betecknar förhållanden i dess utlopp. Enligt definitionen av engångsmotståndet följer att $\Delta P_f = K\frac{\rho v_2^2}{2}$. Vidare gäller att $v_1 = Q/A_1 = 4Q/D^2\pi$ och $v_2 = Q/A_2 = 4Q/d^2\pi$. Eftersom munstycket ligger horisontellt är $h_1 = h_2$.

Alla ingående storheter i (1) är kända och därur fås nu att

$$P_1 - P_2 = 29.6 \text{ kPa}. \tag{2}$$

En stationär impulsbalans över munstycket ger i x-led

$$\sum F_x = \int\int_{c.s.} v_x \rho \left(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}\right) dA \tag{3}$$

där $\sum F_x$ är summan av alla krafter som verkar på munstycket. Högerledet i (3) kan utvecklas;

$$\int\int_{c.s.} v_x \rho \left(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}\right) dA = -v_1 \rho v_1 A_1 + v_2 \rho v_2 A_2 \tag{4}$$

Vidare vet vi att summan av alla krafter som verkar på munstycket $\sum F_x$ kan tecknas

$$\sum F_x = P_1 A_1 - P_2 A_1 + F_{ext} \tag{5}$$

där P_1 och P_2 är trycken i munstyckets inlopp resp utlopp och F_{ext} betecknar den yttre kraft - riktad i positiv x-led - som krävs för att hålla munstycket på plats. Det är denna kraft med ombytt tecken som efterfrågas i uppgiften. Observera också att det är arean A_1 som båda trycken verkar på!

(2), (3), (4) och (5) ger nu att $F_{ext} = -7.3$ kN. Detta är per definition den kraft med vilken omvärlden verkar på munstycket. Den kraft med vilken munstycket påverkar röret är motriktad denna, dvs. riktad åt höger i bilden (positiv x-led) och har storleken 7.3 kN.

Svar

a. $\Delta P = 29.6$ kPa.

b. Kraften är riktad i positiv x-led och har storleken 7.3 kN.

Lösningsförslag TRP tentamen 2008-12-20 uppgift B4
LHå/2008-12-17

Materialdata för vatten vid 95 grader Celcius: $\rho = 960$ kg/m^3 (interpolation), $\nu = 0.3 \cdot 10^{-6}$ m^2/s (interpolation).

En totalbalans över hela röret ger att det som transporteras från väggen också tranporteras ut med flödet;

$$N_A A_m = Q c_t y_{A,ut} \tag{6}$$

där N_A är fluxet från väggen (sökt i uppgiften), A_m är arean från vilken fluxet transporteras (rörets mantelarea), c_t är totalkoncentrationen och $y_{A,ut}$ är molbråket i utflödet. Eftersom andelen A är väldigt liten kan Q betraktas som konstant. Totalkoncentrationen fås ur

$$c_t = \frac{\rho}{\langle M \rangle}$$

där $\langle M \rangle = 18$ g/mol är medelmolmassan för blandningen (vatten och A har samma molmassa).

N_A beräknas direkt ur (6) till 0.045 mol/m^2,s.

För att beräkna den maximala koncentrationen ställs en stationär materialbalans för A upp över ett skikt i röret;

$$\begin{aligned}
&\text{[Flöde av A in i skiktet] - [Flöde av A ut ur skiktet] +} \\
&\quad + \text{[Transport av A från rörväggen in till skiktet]} &= 0, \text{ ty stationärt} \\
&(Qc_A)|_x - (Qc_A)|_{x+\Delta x} + k_c D \pi \Delta x (c_{As} - c_A) &= 0 \\
&-Q\frac{dc_A}{dx} + k_c D \pi (c_{As} - c_A) &= 0
\end{aligned}$$

där k_c är massöverföringstalet, c_{As} är koncentrationen på väggen (sökt i uppgiften) och $c_A = c_A(x)$ är koncentrationen i kylvattenflödet. Med randvillkoren $c_A(0) = 0$ och $c(L) = c_{A,ut}$ fås lösningen

$$\ln\left(\frac{c_{As}}{c_{As} - c_{A,ut}}\right) = \frac{k_c D \pi L}{Q}$$

vilket kan skrivas om som

$$c_{As} = c_{A,ut} \frac{\exp(k_c D \pi L/Q)}{[\exp(k_c D \pi L/Q) - 1]}. \tag{7}$$

k_c är okänd, men kan fås via Chilton-Colburn analogin;

$$j_D \equiv \frac{k_c}{v_1}(\mathrm{Sc})^{\frac{2}{3}} = C_f/2.$$

Schmidts tal $\mathrm{Sc} = \nu/D_{AB} = 30$. Enligt Figure 14.1 i boken fås $C_f = f_f = 0.016$ för ett rör med $e/D = 0.04$ ($\mathrm{Re} = v_1 D/\nu = 2.2 \cdot 10^6$). Detta ger att k_c nu kan beräknas;

$$k_c = \frac{f_f v_1}{2\mathrm{Sc}^{2/3}} = 9.38 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}.$$

Allt i (7) är nu känt och c_{As} kan bestämmas ($c_{A,ut} = y_{A,ut} c_t$ enligt ovan);

$$c_{As} = c_{A,ut} \frac{\exp(k_c D \pi L/Q)}{[\exp(k_c D \pi L/Q) - 1]} = 79.6 \text{ mol/m}^3.$$

Svar

a. Det maximala fluxet från rörväggen är $N_A = 0.045$ mol/m^2,s.

b. Den maximala koncentrationen på rörväggen är $c_{As} = 79.6$ mol/m^3.