B1

En vätska passerar nedåt genom ett vertikalt rör med innerdiametern 1 dm. Den aktuella vätskan är kemiskt instabil och kräver en extra omsorgsfull hantering. Detta innebär bl.a. att storleken av den skjuvspänning som uppstår till följd av strömningen inte någonstans i vätskan får överstiga 1 kPa.

Vätskans densitet är 770 kg/m^3 och flödet kan antas vara laminärt.

Bestäm storlek och riktning av den tryckgradient (statiskt tryck) som föreligger i vätskan vid maximalt tillåtet flöde!

(10 p)

B2

Kokning anses normalt vara en skonsam tillagningsmetod för livsmedel, särskilt jämfört med stekning. Ett särskilt skonsamt kokningsförfarande erhålles då livsmedlet lägges i kokvarmt vatten som tagits från plattan, och värms av det kallnande vattnet tills det uppnått en jämn temperatur inuti.

Vid ett tillfälle skall man på detta sätt tillaga ett fiskblock. Fisken tas ur kylskåpet (5°C) och lägges i 100-gradigt vatten som nyss tagits av spisen. På så sätt kommer temperaturen på fisken att öka samtidigt som temperaturen på vattnet minskar. När hela fisken har temperaturen 60°C är den färdig. Hur lång tid tar denna tillagning?

Antag att det inre motståndet kan försummas samt att temperaturen vid varje tidsögonblick är homogen i vattnet i kastrullen. Antag vidare att inga värmeförluster sker till omgivningen.

Följande data gäller i det aktuella temperaturintervallet:

Vatten: V_{H2O} = volym vatten i kastrullen = 10^{-2} m^3
$\rho_{H2O} = 970$ kg/m^3
$c_{p,H2O} = 4200$ J/kg,K
h = konvektiv värmeöverföringskoefficient = 10 W/m^2,K

Fisk: $m_{fisk} = 0.3$ kg
$c_{p,fisk} = 0.9 \cdot c_{p,H2O}$
A_{fisk} = fiskens yta = 0.077 m^2

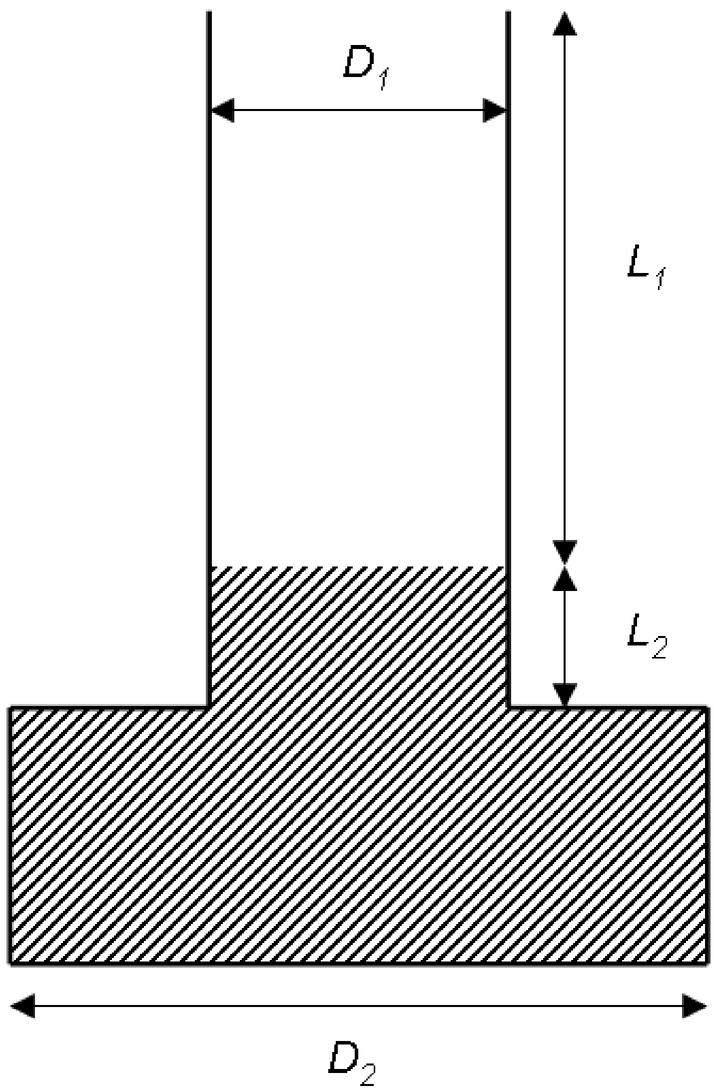
(10 p)

B3

Diffusiviteten för klorpicrin (CCl_3NO_2) i luft bestämdes i ett försök med en så kallad diffusionscell (se figur med mått nedan). Samtliga mått för cellen som anges nedan kunde anses konstanta under försökstiden. Övriga data som användes var:

Lufttryck:	$1.03 \cdot 10^5$ Pa
Temperatur:	25°C
Ångtryck av CCl_3NO_2 vid 25°C:	$3.17 \cdot 10^3$ Pa
Molvikt (CCl_3NO_2):	163 kg/kmol

Cellen vägdes två gånger med en timmas mellanrum. Man fann då att 39.8 mg CCl_3NO_2 hade avdunstat på denna tid. Vilket värde ger detta på den sökta diffusiviteten? Luften ovanför cellen har försumbart innehåll av CCl_3NO_2 och stationära förhållanden kan anses råda.



Mått

D_1 = 0.05 m
D_2 = 0.1 m
L_1 = 0.320 m
L_2 = 0.08 m

(8 p)

B4

En cirkulär skiva med diametern (D) 5 cm bestående av packad fast bensoesyra roterar med 25 varv per minut. Skivan är nedsänkt i en stor vattenfylld behållare av 25 grader C.

Bestäm massfluxet [kg/m^2,s] av bensoesyra från skivan till vattnet vid stationära förhållanden!

Ledning:

Diffusivitet av bensoesyra i vatten	$1,0 * 10^{-5}$ cm^2/s
Löslighet av bensoesyra i vatten	0,003 g/cm^3

Följande korrelation för Sherwood's tal gäller för hela skivan (inkl kanterna)

$Sh_D = 0,6\ Re^{1/2}\ Sc^{1/3}$

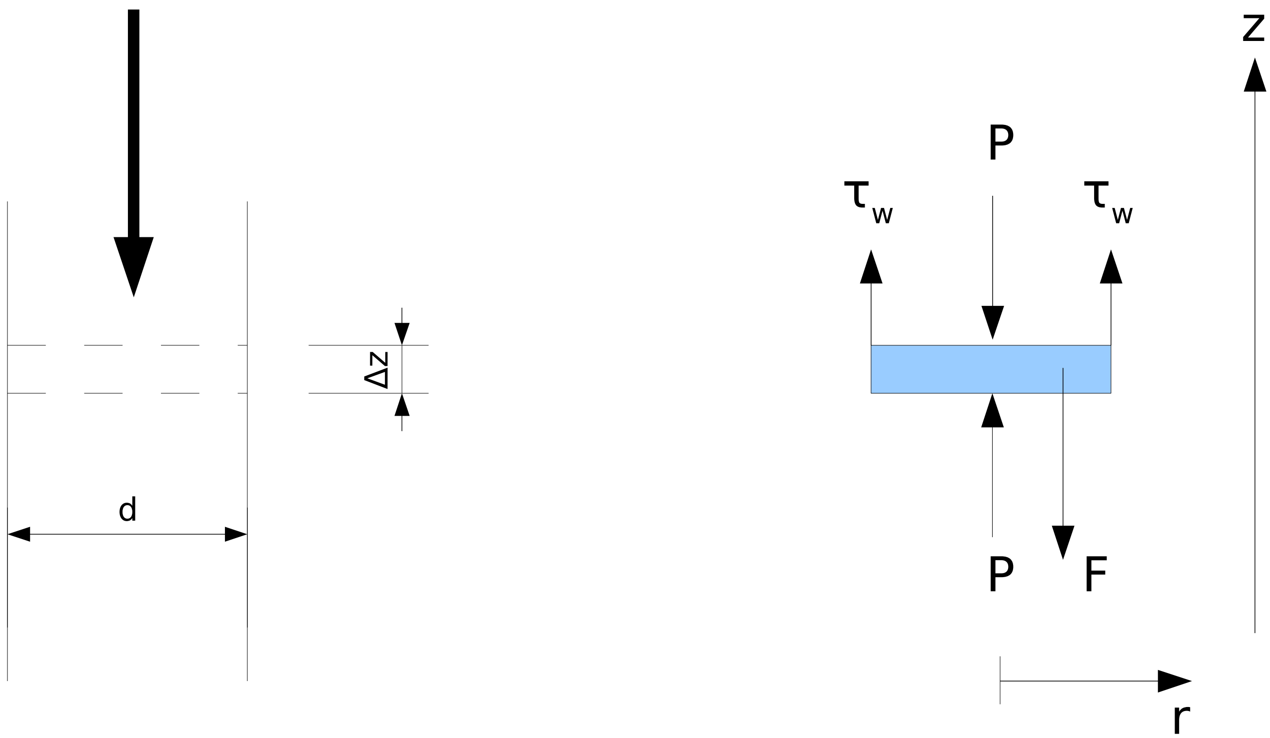
$Re = D^2\omega\rho / \mu$ där ω är vinkelhastigheten i radianer per tid.

(8 p)

Lösningsförslag TRP tentamen 2009-08-18
LHå/2009-08-24

UPPGIFT B1

Vi börjar med att rita en enkel figur:



Den maximala skjuvspänningen föreligger närmast väggen och har riktning enligt figuren (se förklaring och definitioner i boken). Eftersom flödet är riktat nedåt kommer skjuvspänningen att bli positiv som den är ritad i figuren (skjuvspänningen uppstår då fluiden har olika hastighet på olika avstånd från centrum på röret, och den kan ses som en friktionsspänning mellan de olika fluidelementen, därav dess tecken; se boken för ett mer utförligt resonemang). Vid maximalt flöde erhålls vidare maximal skjuvspänning (skjuvspänningen är proportionell mot hastighetsgradienten för en newtonsk fluid). Således ger oss villkoret att den maximala skjuvspänningen i vätskan ingenstans för överskrida 1 kPa, att skjuvspänningen närmast väggen är +1 kPa vid maximalt flöde.

Skulle man välja att vända koordinatsystemet åt andra hållet, blir villkoret istället att skjuvspänningen vid väggen aldrig får underskrida -1 kPa vid motsvarande flöde.

En kraftbalans över skiktet mellan z och z+Δz ger

$$(P A_{tv})_z - (P A_{tv})_{z+\Delta z} - V_{skikt} g \rho + \tau A_m = 0 \quad .$$

Med kända storheter fås

$$P(z)\frac{d^2\pi}{4}-P(z+\Delta z)\frac{d^2\pi}{4}-\Delta z\frac{d^2\pi}{4}g\rho+\tau\Delta z d\pi=0 \quad .$$

Dividera med Δz och låt Δz gå mot noll. Detta ger att

$$\frac{dP}{dz}=\frac{4\tau}{d}-\rho g=32 \quad \text{kPa/m.}$$

Gradienten är med andra ord positiv vilket innebär att den är riktad åt samma håll som koordinataxeln, dvs. uppåt.

Svar: 32 kPa/m, riktad uppåt.

Lösningsförslag B2

Instationär värmetransport. Ackumulationen av värme i fisken motsvaras av värmetransporten till fisken från vattnet. Temperaturen i fisken (T_{fisk}) respektive vattnet (T_{H2O}) får antas uniforma i varje tidsögonblick. Värmebalansen som beskriver vårt problem är alltså:

$$m_{fisk} c_{p,fisk} \frac{dT_{fisk}}{dt} = hA_{fisk} \left(T_{H_2O} - T_{fisk} \right) \tag{1}$$

Det enda som saknas för att kunna lösa ovanstående differentialekvation och finna det t som motsvarar T_{fisk} = 60°C är ett uttryck för T_{H2O} som funktion av T_{fisk}. Ett sådant erhålles ur kunskapen om att värmeförluster till omgivningen får försummas. Sålunda måste all energi som lämnar vattnet tas upp av fisken, och vi kan skriva:

$$m_{fisk} c_{p,fisk} \left(T_{fisk} - T_{fisk,t=0} \right) = m_{H_2O} c_{p,H_2O} \left(T_{H_2O,t=0} - T_{H_2O} \right) \tag{2}$$

Lös ut T_{H2O} och utnyttja vetskapen om att $m = V \cdot \rho$:

$$T_{H_2O} = T_{H_2O,t=0} - \frac{m_{fisk} c_{p,fisk} \left(T_{fisk} - T_{fisk,t=0} \right)}{V_{H_2O} \rho_{H_2O} c_{p,H_2O}} \approx 100 - 0.0278 \left(T_{fisk} - 5 \right) \tag{3}$$

Använd (3) i (1):

$$m_{fisk} c_{p,fisk} \frac{dT_{fisk}}{dt} = hA_{fisk} \left(100.139 - 1.0278 T_{fisk} \right) \tag{4}$$

Med lite siffror:

$$\frac{dT_{fisk}}{dt} = 6.79 \cdot 10^{-4} \left(100.139 - 1.0278 T_{fisk} \right) \tag{5}$$

Integrera från tiden $t = 0$ till $t = t_{slut}$:

$$\int_5^{60} \frac{dT_{fisk}}{6.79 \cdot 10^{-4} \left(100.139 - 1.0278 T_{fisk} \right)} = \int_0^{t_{slut}} dt \tag{6}$$

$\Rightarrow t_{slut}$ = 1295 s = **21.6 min**

(Notera att det inte finns någon egentlig anledning till att avrunda i (3) och (5), men det gör lösningen mer lättläst).

Lösningsförslag B3

Diffusionscell. Diffusion genom stagnant komponent:

$$N_{A,z} = \frac{cD_{AB}}{(z_2 - z_1)} \ln\left[\frac{1 - y_{A2}}{1 - y_{A1}}\right] \tag{1}$$

Vi söker diffusiviteten, så lös ut den:

$$D_{AB} = \frac{N_{A,z}(z_2 - z_1)}{c \ln\left[\frac{1 - y_{A2}}{1 - y_{A1}}\right]} \tag{2}$$

Givet i figur:

$$z_2 - z_1 = 0.320 \text{ m} \tag{3}$$

$$A_{tv} = \frac{\pi D_1^2}{4} = 0.00196 \text{ m}^2 \tag{4}$$

Lätt beräknat:

$$c = \frac{P}{RT} = \frac{1.03 \cdot 10^5}{8.3145 \cdot (273.15 + 25)} \text{ mol/m}^3 = 41.55 \text{ mol/m}^3 \tag{5}$$

$$y_{A1} = \frac{p_{A1}}{P} = \frac{3.17 \cdot 10^3}{1.03 \cdot 10^5} = 0.0308 \tag{6}$$

$$N_{A,z} = \frac{\Delta m_A}{M_A A_{tv} \Delta t} = \frac{39.8 \cdot 10^{-3}}{163 \cdot 0.00196 \cdot 3600} \text{ mol/s,m}^2 = 3.46 \cdot 10^{-5} \text{ mol/s,m}^2 \tag{7}$$

”Luften ovanför har försumbart innehåll”:

$$y_{A2} = 0 \tag{8}$$

Stoppa in värden:

$\Rightarrow D_{AB} = 8.52 \cdot 10^{-6}$ m^2/s

(Givna mått L_2 och D_2 är givetvis inte intressanta för denna beräkning).

Lösningsförslag TRP tentamen 2009-08-18
LHå/2009-08-24

UPPGIFT B4

Materialdata för vatten vid 25 grader C: Kinematisk viskositet = 0,896 10^{-6} m^2/s.

Det molära fluxet [mol/m^2,s] av bensoesyra (A) från skivan beskrivs av sambandet

$$N_A = k_c(c_s - c_0) \ ,$$

där c_s är ytkoncentrationen och c_0 är koncentrationen i vattnet. Om båda sidor förlängs med molmassan M_A erhålls ett uttryck för massfluxet [kg/m^2,s] av A från skivan

$$m_A = N_A M_A = k_c(c_s M_A - c_0 M_A) \ . \qquad (*)$$

Observera att termerna inuti parantesen har enheten kg/m^3. Eftersom vattnet alldeles intill skivan är mättat med bensoesyra, blir $c_s M_A$ lika med bensoesyras löslighet i vatten. Då vattenmängden är stor kan koncentrationen av bensoesyra i bulkdelen av vattnet anses vara försumbar i sammanhanget.

För att beräkna m_A ur (*) kvarstår således endast att bestämma k_c. Denna kan fås ur definitionen av Sherwoods tal,

$$Sh_D = k_c D / D_{AB} \ . \qquad (**)$$

Korrelation för Sherwoods tal, Sh = f(Re, Sc), finns i uppgiftstexten. Med siffror fås

$$Re = 7\ 305 \qquad \text{och} \qquad Sc = 896$$

vilket ger

$$Sh = 494 \ .$$

Nu kan k_c bestämmas ur (**)

$$k_c = 9{,}89\ 10^{-6}\ \ m/s \ .$$

(*) ger slutligen att $m_A = 9{,}89\ 10_{-6} * 3 = 2{,}97\ 10_{-5}$ kg/m^2,s.

<u>Svar:</u> 2,97 10^{-5} kg/m^2,s.