TENTAMEN I TRANSPORTPROCESSER I KEMITEKNIKEN (KAA060)

Tisdag 16 augusti 2011 kl 08.30-13.30 i V.

Anders Rasmuson är anträffbar för frågor på telefonankn 2940 eller 27 36 06 och kommer att vara i tentamenslokalen vid två tillfällen: kl 9-10 och kl 11-12.

Granskning av tentamensrättningen kan ske tidigast den 5 september 2011.

Tentamen omfattar:

A. Teori (24 p)

Inga hjälpmedel tillåtna!

B. Problem (36 p)

Tillåtna hjälpmedel:

Valfri kalkylator (nollställd)

3W (Welty, Wicks och Wilson: Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer)

Räknetabell (exvis TEFYMA, Nya Formelsamlingen eller BETA)

Physics Handbook

Betygsgränser

Poäng:	0-29	30-39	40-49	50-60
Betyg:	U	3	4	5

Del A måste lämnas in innan del B (med hjälpmedel) får påbörjas!

OBS! Erratalista till kursboken (3W) bifogas tentamenstesen

DEL A. TEORI

A1. (4p)

a) Hur högt kan fontänen maximalt spruta i Heron´s fontän (se Figur A1, använd figurens beteckningar)? Motivera!

b) Strålen i fontänen vidgas med höjden ovanför munstycket. Förklara!

A2. (3p)

a) I Figur A2 visas skjuvspänning (shear stress) mot skjuvhastighet (rate of shear strain) för två olika Newtonska vätskor. Vilken vätska har högst viskositet? Motivera!

b) I samma figur visas motsvarande för en typ av icke-Newtonsk vätska. Tolka figuren för detta fall!

A3. Navier-Stokes ekvation ges av: (4p)

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v\right) = \mu \nabla^2 v + \rho g - \nabla p$$

a) Ange fysikalisk betydelse av de olika termerna!
b) Hur förenklas ekvationen vid stationär strömning (motivera)?
c) Hur förenklas ekvationen vid låga värden på Reynolds tal (motivera)?

A4. (2p)
Vilka dimensionslösa tal används för att beskriva påtvingad och fri konvektion av värme, respektive? Ge talen fysikalisk tolkning!

A5. Den instationära värmeledningsekvationen i en dimension skrivs: (3p)

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

a) Vad betyder termerna fysikaliskt?
b) Hur ändras utbredningshastigheten av temperaturprofilen, vid en temperaturförändring på ytan, om materialet ändras så att ρc_p ökar? Motivera!
c) Hur ändras utbredningshastigheten av temperaturprofilen, vid en temperaturförändring på ytan, om materialet ändras så att k ökar? Motivera!

A6. Härled med en differentiell massbalans ett uttryck för koncentrationsprofilen för stationär masstransport i en diffusionscell (Figur A3)! Gasen B är olöslig i vätskan A. (4p)

A7. I Figur A4 visas ett fall med absorption av en löslig gas-komponent i en fallande vätskefilm (massöverföringsmotståndet i gas-fasen är försumbart).

a) Var är massöverföringen gas/vätska störst? Motivera!
b) Beräkna massöverföringskoefficienten om medel-fluxet ges av:

$$N_{avg} = 2\sqrt{\frac{D_{AB} v_{\max}}{\pi L}} \left(c_{A,s} - c_{A,0}\right) \qquad (2p)$$

A8.

Beskriv hur Chilton-Colburn analogin kan användas för att bestämma värmeöverföringskoefficienten h om massöverföringskoefficienten k_c är känd för motsvarande strömningsfall! (2p)

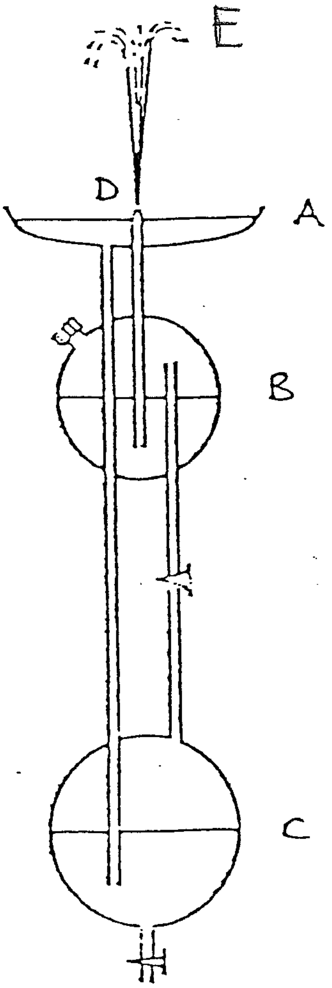


Fig. A1

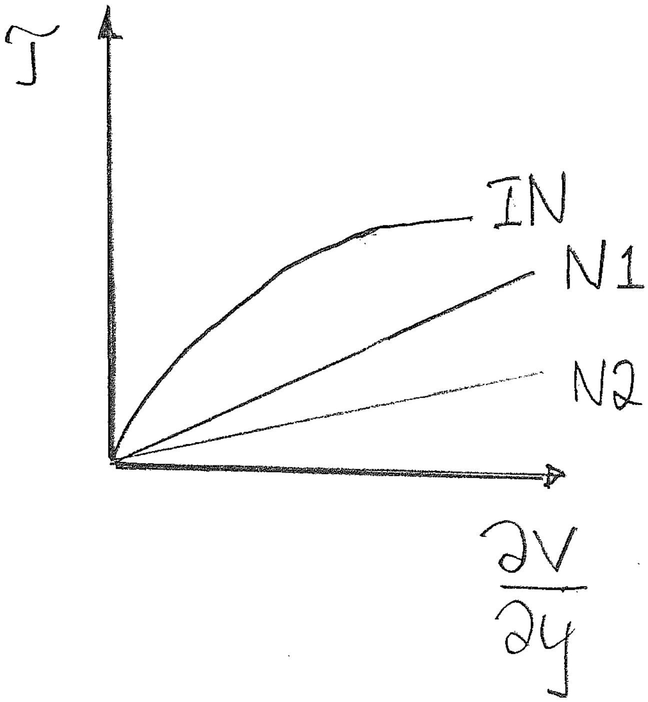


Fig. A2

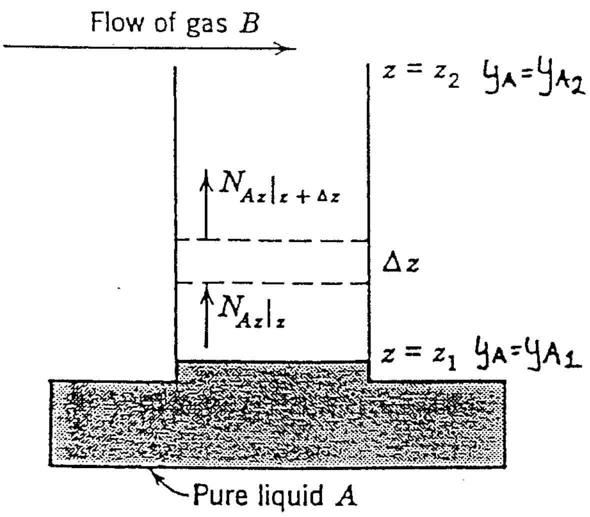
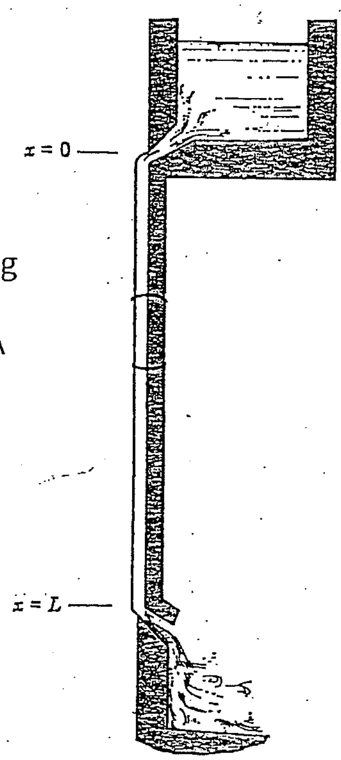


Fig. A3



Gas med löslig

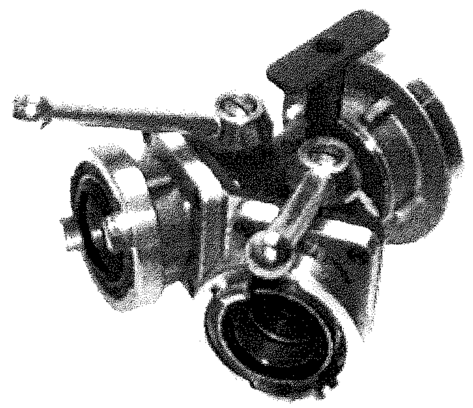
komponent A

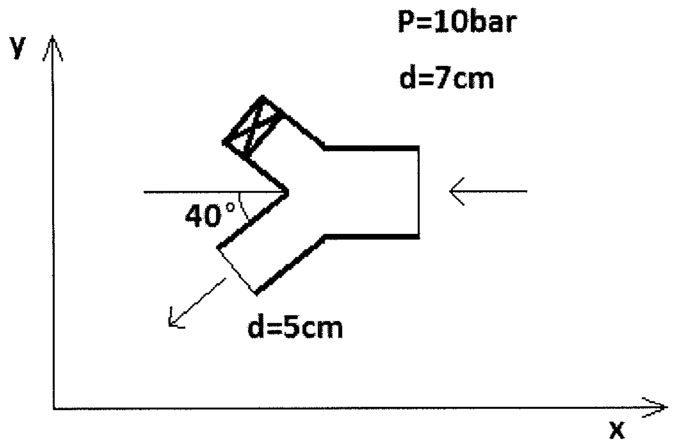
Fig. A4

DEL B. PROBLEM

B1

För att släcka en brand mer effektivt kan brandslangar kopplas till en splitter (se figur) där flödet i en större slang delas upp till två mindre slangar. På en övning blockades en av utgångarna från splittern. Detta gjordes för att beräkna vilken kraft splittern utsätts för när den belastas snett. Hjälp brandmännen att uppskatta **storlek och riktning** på de krafter som krävs för att hålla splittern på plats när flödet är $0.05 m^3/s$. Trycket innan splittern är 10 bar och diametern på den grova och den smala slangen är 7cm respektive 5cm. Flödet avviker med en vinkel på 40° från sin ursprungliga vinkel som kan ses i figuren. Gravitation och friktionskrafter kan försummas i beräkningen.





(Tips: För att beräkna trycket ut ur splittern kan Bernouillies ekvation användas.)

(10 p)

B2

En gammal silltunna används som vattenreservoar för ett bevattningssystem till ett växthus. Ägaren till tunnan är lat av sig och orkar inte tömma den på vintern utan använder istället en elektrisk doppvärmare i form av en cylinder i tunnans centrum för att hålla vattnet isfritt. Vilken är den lägsta yttemperatur doppvärmaren måste ha om utomhusluften håller en temparatur på -15°C. Lock och botten kan antas vara väl isolerade. Tunnans inre diameter är 45 cm. Doppvärmaren går genom hela tunnan och har en diameter på 2 cm. Träets tjocklek är 1,5cm.

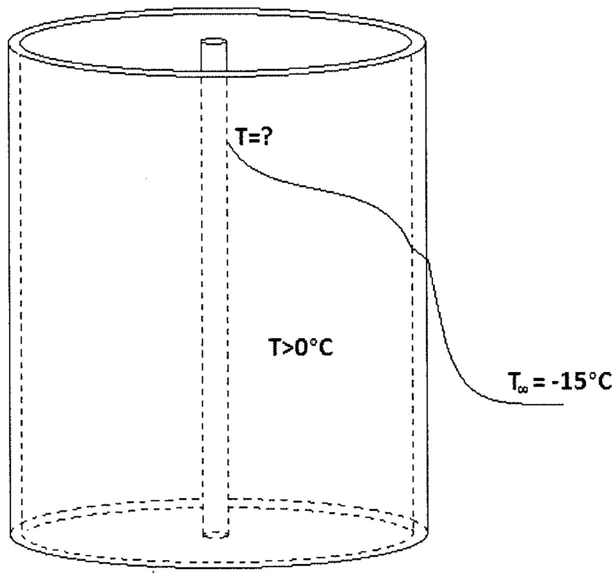
Givna data:

$h_{doppvärmare} = 150 W/m^2K$

$h_{insida} = 120 W/m^2K$

$h_{utsida} = 10 W/m^2K$

$k_{trä} = 2.1 W/mK$



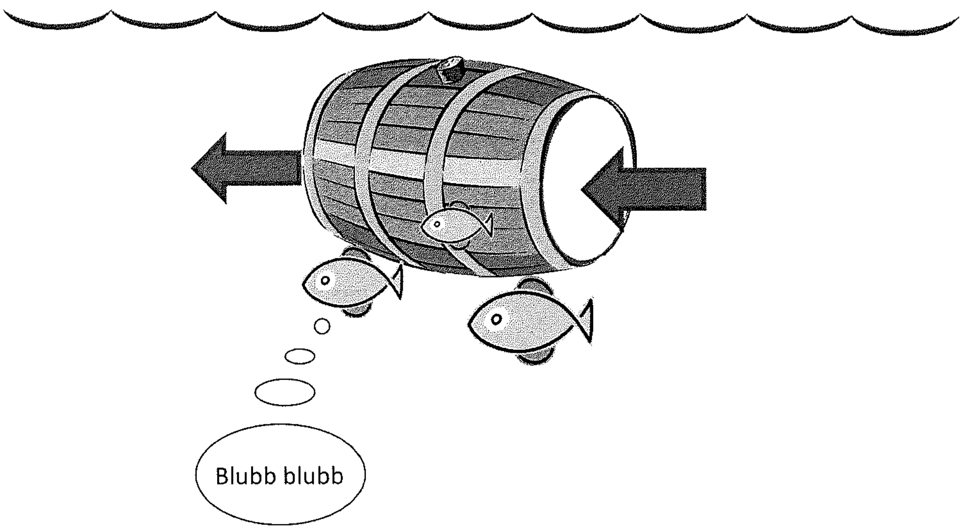
(8 p)

B3

En silltunna har stått med saltlag i ett par år och saltet har trängt in i träet till en jämn koncentration av C_{A0}. För att laka ur saltet sänks tunnan (öppen i båda ändar) ner i en å med strömmande vatten. Utsidan av tunnan är målad med ett tjockt lager tjära, varvid ingen masstransport kommer ske genom tunnans utsida. Träet är mättat med vatten vilken är saltets diffusionsmedium. Diffusiviteten av salt genom träet kan uppskattats till en tiondel av diffusionen av NaCl i rent H_2O, pga träets porösa struktur. Den konvektiva transporten från trä-ytan till vatten-bulken kan antagas väldigt snabb och således kan ytkoncentrationen av salt sättas till noll.

Hur lång tid tar det innan saltkoncentrationen 5 mm in i träet har reducerats till 10 % av C_{A0}?

Tunnans diameter är så stor att kurvatureffekt kan försummas (räkna som "planka"), träets tjocklek är 15 mm och koncentrationen av salt kommer inte i någon punkt överstiga 0.05 mol/l. Temperaturen i vattnet är 291 K.



(8 p)

B4

En nyfiken student funderar på hur mycket yttemperaturen på en 70°C varm aluminiumkula förändras när den kyls under ett fritt fall. För att genomföra experimentet släpper studenten kulan från toppen av Lisebergs nya åkattraktion Atmosfear, vilken är 90m hög. Direkt efter det att kulan nått marken mäts yttemperaturen. Vilken temperatur borde termometern visa?

Kulan är sfärisk och dess diameter är 5 mm. Dagen då experimentet utförs är lufttemperaturen 17 °C. Antag att aluminimkulan når konstant hastighet direkt och att värmestrålning från solen kan försummas.

(10 p)

Erratalista till 3W 5:e upplagan

Sidan 141, Exempel 1	Lyftkraften saknas!	
Sidan 175, ekv. 13-16	Står: $\frac{\Delta P}{\rho}$	Skall stå: $\frac{\Delta P}{\rho g}$
Sidan 316, ekv. 20-38	Skall stå: $Nu_D = 2 + 0.6\mathrm{Re}_D^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$	
Sidan 555, Figur 29.3	Står $p_{A_i} = Hc_{A_i}^{\ *}$	Skall stå: $p_{A_i} = Hc_{A_i}$
Sidan 556, Figur 29.5	Står $p_{A_i} = Hc_{A_i}^{\ *}$	Skall stå: $p_{A_i} = Hc_{A_i}$

Erratalista till 3W 4:e upplagan

Sidan 151, Figur 12.2: CD-axel

	Står 0	Skall stå: 1
Sidan 190, ekv. 14-16	Står: $\frac{\Delta P}{\rho}$	Skall stå: $\frac{\Delta P}{\rho g}$

Lösning B1:

Sökt: L_1

Givet:

$$K = 2\left(1-\frac{4B^2}{3}+\frac{B^4}{3}\right) = 2\left(1-\frac{4}{3}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4\right)$$

$v_1 = 0.1\,\text{m/s}$

$T = 20\,°\text{C} = 293\,\text{K}$

$P_1 - P_2 = 119\,\text{Pa}$

$L_2 = 10\,\text{m}$

$d_2 = 0.02\,\text{m}$

$d_1/d_2 = 0.5$

$\Rightarrow\ d_1 = 0.01\,\text{m}$

$$\text{K} = 2\left(1-\frac{4}{3}0.5^2+\frac{1}{3}0.5^4\right) = 1.375$$

Bernouills med förluster:

$$\rho g y_1 + P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = \rho g y_2 + P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \Delta P_f$$

$$\text{K.E}\ \Rightarrow\ v_2 = v_1\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 0.1\cdot 0.5^2 = 0.025\ \text{m/s}$$

Materialdata för vatten vid 293 K

$\rho = 998.2\ \text{kg/m}^3$

$\upsilon = 0.995\cdot 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$

$$\Rightarrow\ \Delta P_f = (P_1 - P_2) + \frac{\rho(v_1^2 - v_2^2)}{2} = 119 + \frac{998.2(0.1^2 - 0.025^2)}{2} = 123.68\ \text{Pa}$$

$$\Delta P_f = 2 f_f \frac{L_1}{d_1} v_1^2 \rho + 2 f_f \frac{L_2}{d_2} v_2^2 \rho + K\frac{v_1^2}{2}\rho$$

$$\text{Laminärt}\ \Rightarrow\ f_f = \frac{16}{\text{Re}} = \frac{16\nu}{vd}$$

$$\Delta P_f = 32\nu \frac{L_1}{d_1^2} v_1 \rho + 32\nu \frac{L_2}{d_2^2} v_2 \rho + K\frac{v_1^2}{2}\rho$$

$$L_1 = \frac{d_1^2}{32\nu v_1 \rho}\left[\Delta P_f - 32\nu\frac{L_2}{d_2^2}v_2\rho + K\frac{v_1^2}{2}\rho\right]$$

$$L_1 = \frac{0.01^2}{32\cdot 0.995\cdot 10^{-6}\cdot 0.1\cdot 998.2}\left[123.68 - \frac{32\cdot 0.995\cdot 10^{-6}\cdot 10\cdot 0.025\cdot 998.2}{0.02^2} - 1.375\frac{0.1^2}{2}998.2\right] = 3.05\ \text{m}$$

B2 lösning:
Sökt: Temperaturen på yttersidan av isoleringen T_1

Givet:
$T_0 \approx 80°C$ (bortser från konvektiv motstånd på insidan röret och konvektivt motstånd genom rörväggen)
$T_\infty = 0°C$ (omgivande luftens temperatur)
$D_0 = 0.02$ m
$D_1 = 0.04$ m
$k_{plast} = 0.16$ W/m^2, K

Värmebalans: $q_{konv} = q_{ledning}$

$$\Rightarrow h\pi DL(T_1 - T_\infty) = \frac{2\pi k_{plast} L}{\ln \frac{D_1}{D_0}}(T_0 - T_1)$$

Både h och T_1 är okända. Dessutom är de beroende av varandra. => iterativ lösning!
Gissa T_1, beräkna h och beräkna T_1.

$$T_{1,ber} = \frac{\frac{2k_{plast}}{\ln \frac{D_1}{D_0}} T_0 + hD_1 T_\infty}{hD_1 + \frac{2k_{plast}}{\ln \frac{D_1}{D_0}}} \qquad (1)$$

Ta fram h med hjälp av korrelation för naturlig konvektion och horisontell cylinder.

$$\mathrm{Nu}_D = CRa_D^n \qquad (20\text{-}11)$$

Materialdata för luften tas vid filmtemperaturen.

$$T_{film} = \frac{T_1 + T_\infty}{2}$$

Gissar $T_1 = 14°C$

$\Rightarrow T_{film} = 7°C = 280K$

Materialdata för luft vid 280 K :

$$\frac{g\beta\rho^2}{\mu^2} = 1.815 \cdot 10^8 \frac{1}{\mathrm{K}} m^3$$

$k = 2.4671 \cdot 10^{-2}$ W/m, K

Pr = 0.713

$$\mathrm{Gr} = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 \Delta T}{\mu^2} = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 (T_1 - T_\infty)}{\mu^2}$$

$$\mathrm{Ra_D} = \mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr} = \mathrm{Gr} = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 (T_1 - T_\infty)\mathrm{Pr}}{\mu^2} = 1.815\cdot 10^8 \cdot 0.04^3 \cdot (14-0)\cdot 0.713 = 1.16\cdot 10^5$$

$\Rightarrow C = 0.480$ och $n = 0.250$

$$\Rightarrow Nu_D = 0.48\cdot(1.16\cdot 10^5)^{0.25} = 8.857$$

$$\Rightarrow h = \frac{Nu_D \cdot k_{luft}}{D_1} = \frac{8.857\cdot 2.4671\cdot 10^{-2}}{0.04} = 5.463\ \mathrm{W/m^2,K}$$

Ur (1) fås $\mathrm{T_{1,beräknad}}$

$\mathrm{T_{1,beräknad}} = 54.3°C \neq 14°C$

Ny gissning : $\mathrm{T_1} = 54°C$

$\Rightarrow \mathrm{T_{film}} = 27°C = 300K$

Materialdata för luft vid 300 K :

$$\frac{g\beta\rho^2}{\mu^2} = 1.327\cdot 10^8\ \frac{1}{\mathrm{K}} m^3$$

$k = 2.624\cdot 10^{-2}\ \mathrm{W/m,K}$

$\mathrm{Pr} = 0.708$

$$\mathrm{Gr} = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 \Delta T}{\mu^2} = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 (T_1 - T_\infty)}{\mu^2}$$

$$\mathrm{Ra_D} = \mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr} = \mathrm{Gr} = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 (T_1 - T_\infty)\mathrm{Pr}}{\mu^2} = 1.327\cdot 10^8 \cdot 0.04^3 \cdot (54-0)\cdot 0.708 = 3.25\cdot 10^5$$

$\Rightarrow C = 0.480$ och $n = 0.250$

$$\Rightarrow Nu_D = 0.48\cdot(3.25\cdot 10^5)^{0.25} = 11.46$$

$$\Rightarrow h = \frac{Nu_D \cdot k_{luft}}{D_1} = \frac{11.46\cdot 2.624\cdot 10^{-2}}{0.04} = 7.52\ \mathrm{W/m^2,K}$$

Ur (1) fås $\mathrm{T_{1,beräknad}}$

$\mathrm{T_{1,beräknad}} = 48.4°C \neq 54°C$

Ny gissning : $\mathrm{T_1} = 48°C$

$\Rightarrow \mathrm{T_{film}} = 24°C = 297K$

Materialdata för luft vid 297 K :

$$\frac{g\beta\rho^2}{\mu^2} = 1.402\cdot 10^8\ \frac{1}{\mathrm{K}} m^3$$

$k = 2.6005\cdot 10^{-2}\ \mathrm{W/m,K}$

$\mathrm{Pr} = 0.709$

$$\mathrm{Gr} = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 \Delta T}{\mu^2} = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 (T_1 - T_\infty)}{\mu^2}$$

$$\mathrm{Ra_D} = \mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr} = \mathrm{Gr} = \frac{g\beta\rho^2 D_1^3 (T_1 - T_\infty)\mathrm{Pr}}{\mu^2} = 1.402\cdot 10^8 \cdot 0.04^3 \cdot (48-0)\cdot 0.709 = 3.05\cdot 10^5$$

$\Rightarrow C = 0.480$ och $n = 0.250$

$\Rightarrow Nu_D = 0.48 \cdot (3.05 \cdot 10^5)^{0.25} = 11.30$

$$\Rightarrow h = \frac{Nu_D \cdot k_{luft}}{D_1} = \frac{11.30 \cdot 2.6005 \cdot 10^{-2}}{0.04} = 7.33 \text{ W/m}^2\text{, K}$$

Ur (1) fås $T_{1,\text{beräknad}}$

$T_{1,\text{beräknad}} = 48.9°C \approx 48°C$

Svar : Yttemperaturen $T_1 \approx 48°C$

B3 lösning:
Sökt: Diffusiviteten, D_{AB}
Givet:

$$P = 101326\ \text{Pa}$$

$$T = 293\ \text{K}$$

$$z_2 - z_1 = 5\ \text{cm} = 0.05\ \text{m}$$

$$p^* = 5900\ \text{Pa} \Rightarrow y_{A1} = \frac{p^*}{P} = \frac{5900}{101325} = 0.0582$$

$$y_{A2} \approx 0$$

$$R = 8.314\ \text{J/mol,K}$$

$$m = 3.4\ \text{g}$$

$$t = 24\ \text{h} = 24 \cdot 3600\ \text{s} = 86400\ \text{s}$$

$$A_{tv} = 1.26 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2$$

$$M = 46\ \text{g/mol}$$

Fluxet av etanol är :

$$N_{A,z} = \frac{m_A}{t \cdot A_{tv} \cdot M} = \frac{3.4}{86400 \cdot 1.26 \cdot 10^{-3} \cdot 46} = 6.79 \cdot 10^{-4}\ \text{mol/s,m}^2$$

Det molära fluxet av etanol kan skrivas:

$$N_{A,z} = -cD_{AB}\frac{dy_A}{dz} + y_A(N_{A,z} + N_{B,z})$$

Diffusion genom stagnant gasfilm:

$$N_{B,z} = 0$$

$$\Rightarrow N_{A,z} = \frac{cD_{AB}}{(z_2 - z_1)}\ln\frac{(1 - y_{A2})}{(1 - y_{A1})}$$

$$c = \frac{P}{RT}$$

$$\Rightarrow N_{A,z} = \frac{PD_{AB}}{(z_2 - z_1)RT}\ln\frac{(1 - y_{A2})}{(1 - y_{A1})}$$

$$\Rightarrow D_{AB} = \frac{N_{A,z}(z_2 - z_1)RT}{P\ln\frac{(1 - y_{A2})}{(1 - y_{A1})}} = \frac{6.79 \cdot 10^{-4} \cdot 0.05 \cdot 8.314 \cdot 293}{101325\ln\frac{1}{1 - 0.0582}} = 1.4 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Lösning B4

a)

Antag att partikeln snabbt accelereras till sin konstanta fallhastighet.

Kraftbalans på en sotpartikel (sfär) ger $F_g = F_m + F_l$, där de enskilda krafterna ges av

$$F_g = mg = \rho_p V g = \frac{\pi D^3 \rho_p g}{6}$$

$$F_l = \frac{\pi D^3 \rho_l g}{6}$$

och med Stokes lag ($C_D = 24/Re_p$):

$$F_m = A_p C_D \frac{\rho_l v^2}{2} = \frac{\pi D^2}{4} C_D \frac{\rho_l v^2}{2} = \frac{\pi D^2}{4} \frac{24}{\mathrm{Re}_p} \frac{\rho_l v^2}{2} = \frac{\pi D^2}{4} \frac{24\mu}{\rho_l D v} \frac{\rho_l v^2}{2} = 3\pi D \mu v$$

Lös ut hastigheten:

$$v = \frac{D^2 g \left(\rho_p - \rho_l\right)}{18\mu}$$

Luft vid 300 K: $\rho = 1.18$ kg/m^3, $\mu = 1.85 \cdot 10^{-5}$ Pa,s

$\Rightarrow v = 2.94 \cdot 10^{-5}$ m/s

$$t = \frac{H}{v} = \frac{0.3\, m}{2.94 \cdot 10^{-5}\, m/s} = 2.8\, h$$

(Kontroll: $Re_p \approx 2 \cdot 10^{-6}$ dvs Stokes lag gäller – OK!)

b)

Korrelation för värmeöverföringskoefficienten för en fallande sfär (20-36):

$$\mathrm{Nu}_D = 2 + 0.6\,\mathrm{Re}_D^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$$

dvs vi kan beräkna h som

$$h = \frac{k_l}{D}\left(2 + 0.6\,\mathrm{Re}_D^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}\right)$$

Vid 300 K gäller $k_l = 2.62 \cdot 10^{-2}$ W/m,K och Pr = 0.708 $\Rightarrow h = 52432$ W/m^2,K

Vi har från (18-7) att

$$Bi = \frac{h(V/A)}{k_p} = \frac{hD}{6k_p} = 4.4 \cdot 10^{-5} \square\ 0.1$$

så att temperaturen i partikeln kan antas uniform vid given tid t och beräknas ur (18-5)

$$\frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \exp\left[-\frac{6ht}{D\rho_p c_{p,p}}\right]$$

Eftersom högerledet blir ≈ 0 har vi att $T - T_\infty = 0 \Leftrightarrow T = T_\infty$
vilket alltså ger $T = 300$ K (dvs partikeln kyls snabbt till omkringvarande lufts temperatur).