

# TENTAMEN I TRANSPORTPROCESSER I KEMITEKNIKEN (KAA060)

Fredag 16 december 2011 kl 08.30-13.30 i M.

---

Anders Rasmuson är anträffbar för frågor på telefonankn 2940 eller 27 36 06 och kommer att vara i tentamenslokalen vid två tillfällen: kl 9-10 och kl 11-12.

---

Granskning av tentamensrättningen kan ske tidigast den 10 januari 2012.

## Tentamen omfattar:

### A. Teori (24 p)

Inga hjälpmedel tillåtna!

### B. Problem (36 p)

Tillåtna hjälpmedel:

Valfri kalkylator (nollställd)

3W (Welty, Wicks och Wilson: Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer)

Räknetabell (exvis TEFYMA, Nya Formelsamlingen eller BETA)

Physics Handbook

### Betygsgränser

|        |      |       |       |       |
|--------|------|-------|-------|-------|
| Poäng: | 0-29 | 30-39 | 40-49 | 50-60 |
| Betyg: | U    | 3     | 4     | 5     |

Del A måste lämnas in innan del B (med hjälpmedel) får påbörjas!

|   |
|---|
| OBS! Erratalista till kursboken (3W) bifogas tentamenstesen |
|---|

## DEL A. TEORI

**A1.** Hålet i botten på en tank är från undersidan täckt med ett lock, som genom en tråd är förbunden med en "lyftkropp" i vattnet enligt Figur A1. Ta fram ett kriterium för när detta fungerar så att vattnet inte rinner ut! (3p)

**A2.** Man kan iaktta att strålen från en kökskran smalnar efter utloppet enligt Figur A2. Förklara! (2p)

**A3.** En vätska strömmar laminärt i ett cylindriskt rör (Figur A3). Ställ med hjälp av balans över kontrollvolym (dvs. ej genom förenkling av NS ekvation) upp en modell (inklusive randvillkor) för hastighetsprofilen i röret under stationära förhållanden. Strömningen är fullt utvecklade och änd-effekter kan försummas. Modellen behöver ej lösas! (4p)

**A4.** Temperaturprofilen vid stationära förhållanden i en vägg med två material visas i Figur A4. Vilket material har den lägsta värmekonduktiviteten? Motivera! (2p)

**A5.** (3p)

- a) I Figur A5 visas exempel på påtvingad och fri konvektion av värme, respektive. Vilket fall är vilket och vad karakteriserar respektive fall?  
b) Richardsons dimensionslösa tal ( $Ri$ ) beror av Grashofs och Reynolds tal enligt:

$$Ri = Gr/Re$$

Ge talet en fysikalisk tolkning!

**A6.**

Härledningen av medeltemperaturdifferensen,  $\Delta T_{lm}$ , vid dimensionering av värmeväxlare bygger på tre uttryck för den överförda effekten. Ställ upp dessa! (2p)

**A7.** Den instationära diffusionsekvationen (en dimension) med adsorption skrivs:(2p)

$$K \frac{\partial c_A}{\partial t} = D_{AB} \frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2}$$

där  $K$  är jämviktskonstanten för adsorption ( $K=1$  utan adsorption)

- a) Hur ändras utbredningshastigheten av koncentrationsprofilen, vid en koncentrationsförändring på ytan, om materialet ändras så att  $K$  ökar? Motivera!  
b) Hur ändras utbredningshastigheten av koncentrationsprofilen, vid en koncentrationsförändring på ytan, om materialet ändras så att  $D_{AB}$  ökar? Motivera!

**A8.** I Figur A6 visas koncentrationsprofilerna (komponent A) för specialfallen diffusion genom stagnant komponent och ekvimolekylär motriktad diffusion vid stationär masstransport i två system med konstant tvärsnittsarea. (3p)

- a) Vilket fall är vilket? Motivera!
- b) Vilket fall ger det största totala mass-fluxet för komponent A? Motivera!

**A9.** I Figur A7 visas koncentrationsprofilerna på gas- och vätske-sidan enligt tvåfilmsteorin. (3p)

- a) Åt vilket håll sker masstransporten? Motivera!
- b) Vid rening av förorenade rökgaser med absorption i vatten var kapaciteten för dålig. Mätningar visade att  $1/k_G = 1$  och  $m/k_L = 10$ . I vilken fas bör förbättringar genomföras? Motivera!

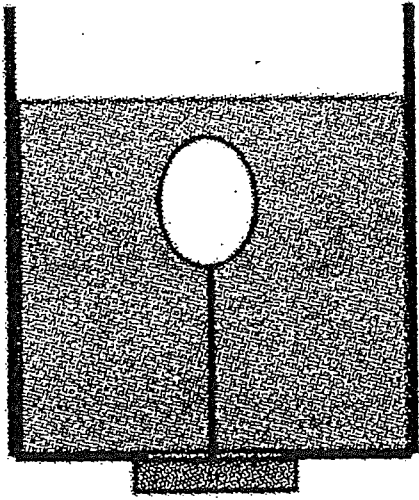


Fig. A1

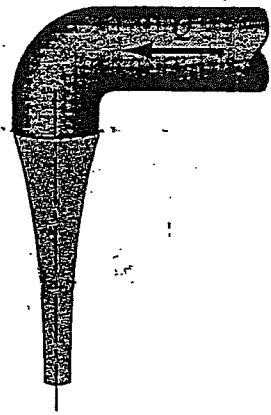


Fig. A2

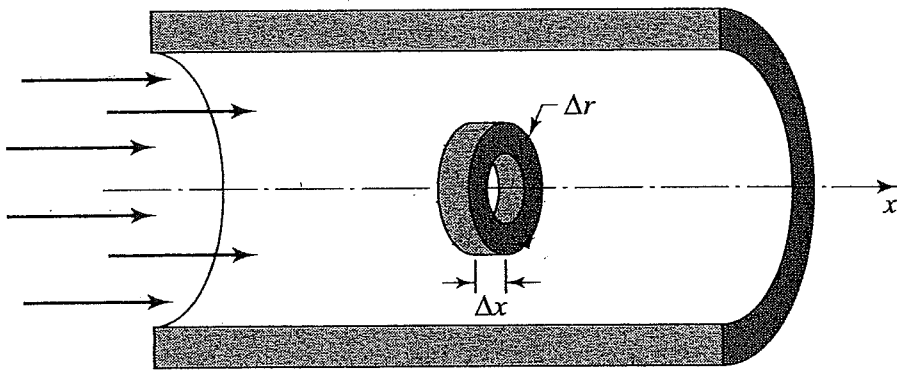


Fig. A3

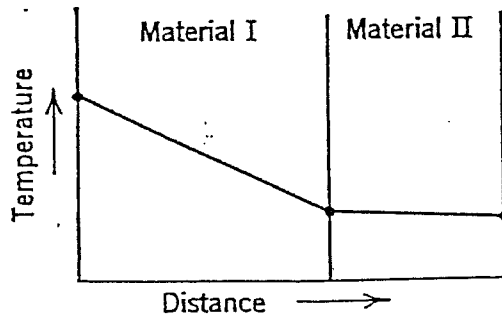


Fig. A4

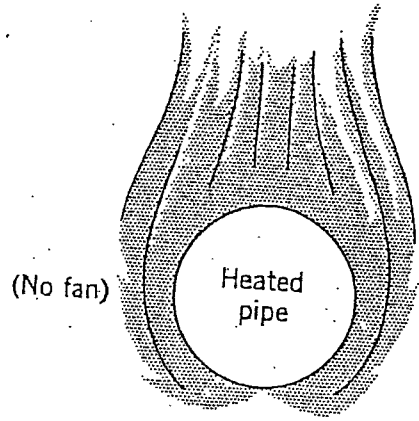
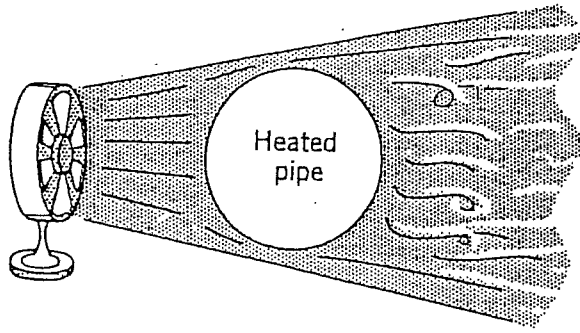
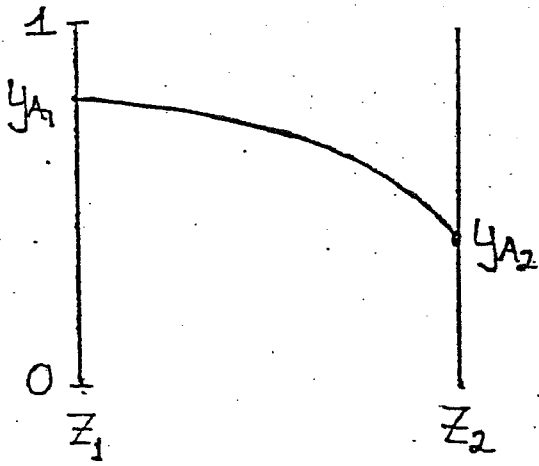
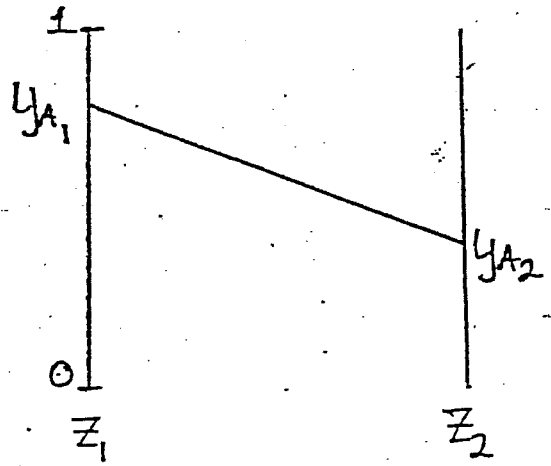


Fig. A5



I)



II)

Fig. A6

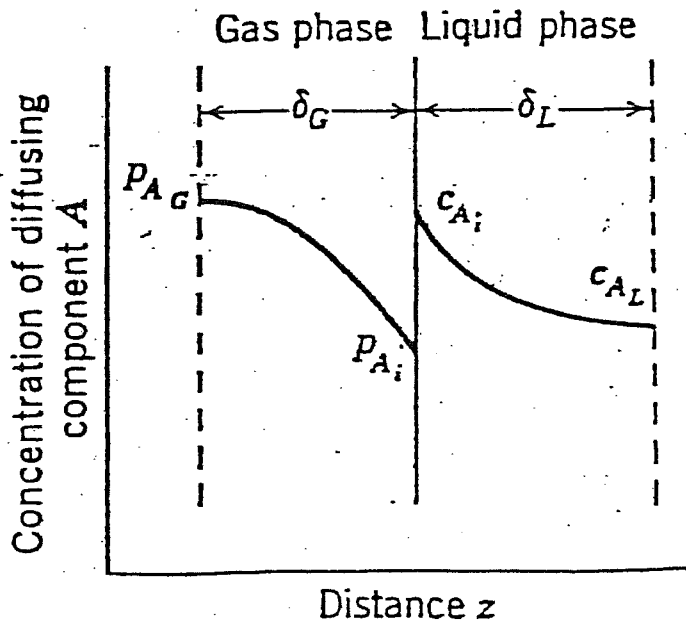


Fig. A7

## DEL B. PROBLEM

### B1

Ishockeysäsongen är i full gång runt om i landet. Inför säsongen har ishockeyklubben i den stora hockeymetropolen Mora valt att byta ut kylsystemet som fryser isen. För att hålla en så jämn kvalitet på isen som möjligt har de valt att lägga en slinga under isen i vilken kylvätska pumpas runt med konstant hastighet och temperatur. Den specialbeställda kylvätskan har densiteten  $950\text{kg/m}^3$  och dynamiska viskositeten  $0.5\text{mPas}$ . Slingan är  $1000\text{m}$  lång och har en diameter på  $5\text{cm}$  och är gjord av stål. Hjälp Mora hockey att beräkna tryckfallet över kylanläggningen om flödet är  $3\text{L/s}$ . Den summerade engångsfaktorn för alla rörböjar har uppskattats till 10.

(8p)

### B2

En helikopterplatta som är gjuten i betong ska med hjälp av varmvattenslingor hållas isfri vintertid. Slingorna ligger mycket tätt på ett djup av  $10\text{cm}$  (man kan anta att de ligger så tätt att hela planet där slingorna ligger värms homogent). Slingorna har ett stort flöde och kan således hålla en konstant temperatur och klara av stora effekter. Utomhustemperaturen kan på platsen nå ner till  $-20^\circ\text{C}$  och vindstyrkor på uppemot  $20\text{m/s}$  är inte helt ovanliga. Plattan är kvadratisk med måtten  $15\text{m} \times 15\text{m}$  och  $1\text{m}$  tjock.

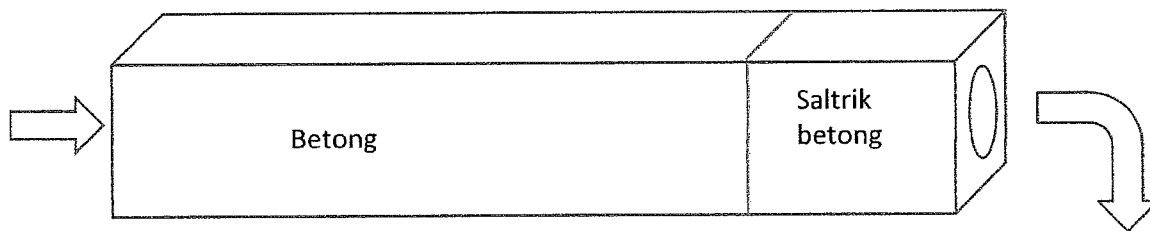
a) Vilken temperatur krävs att slingorna ska ha för att klara av att hålla ytan av betongplattan vid  $0^\circ\text{C}$  under dessa förhållanden?

b) Innan uppstart av värmeslingorna en kall natt håller hela betongplattan en temperatur av  $-20^\circ\text{C}$ . Hur lång tid tar det innan temperaturen i betongen  $10\text{cm}$  under slingorna nått  $20^\circ\text{C}$ .

(10p)

**B3.**

Rent vatten strömmar i en cylindrisk betong-kanal med diametern 3 cm och uppsamlas i en reservoar. Den sista biten av kanalen är sliten och byts därför ut mot en 5 m lång identisk bit, som dock tillverkats av en väldigt saltrik betong. Beräkna den tid det tar att laka ut 1 g NaCl från betongen. Vattenflödet är 2.5 L/min och håller 20 °C. Salt är som känt lösligt i vatten och gränsskiktet mellan vattnet och betongen kan antas hålla en konstant koncentration av 0.05 kmol NaCl/m<sup>3</sup>. Diffusiviteten av salt i vatten kan för systemet antas oberoende av koncentration.



(10p)

**B4**

I ett fjärrvärmerör håller vattnet temperaturen 80°C. Vid beräkningar av temperaturförluster uppmättes värmeöverföringskoefficienten på rörets insida till 5200 W/(m<sup>2</sup> · K). Vattnet strömmar med en hastighet av 0.2m/s och röret har en diameter på 28mm. Bestäm relativa ytråheten,  $e/D$  för rörets insida.

(8p)

## Erratalista till 3W 5:e upplagan

|                       |  |                                      |
|-----------------------|--|--------------------------------------|
| Sidan 141, Exempel 1  | Lyftkraften saknas!                            |                                      |
| Sidan 175, ekv. 13-16 | Står: $\frac{\Delta P}{\rho}$                  | Skall stå: $\frac{\Delta P}{\rho g}$ |
| Sidan 316, ekv. 20-38 | Skall stå: $Nu_D = 2 + 0.6Re_D^{1/2} Pr^{1/3}$ |                                      |
| Sidan 555, Figur 29.3 | Står $p_{A_i} = Hc_{A_i}^*$                    | Skall stå: $p_{A_i} = Hc_{A_i}$      |
| Sidan 556, Figur 29.5 | Står $p_{A_i} = Hc_{A_i}^*$                    | Skall stå: $p_{A_i} = Hc_{A_i}$      |

## Erratalista till 3W 4:e upplagan

Sidan 151, Figur 12.2: CD-axel

|                       |                               |                                      |
|-----------------------|-------------------------------|--------------------------------------|
|                       | Står 0                        | Skall stå: 1                         |
| Sidan 190, ekv. 14-16 | Står: $\frac{\Delta P}{\rho}$ | Skall stå: $\frac{\Delta P}{\rho g}$ |



B1)

$$\rho = 950 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ Pas}$$

$$L = 1000 \text{ m}$$

$$D = 0,05 \text{ m}$$

stål

$$Q = 3 \text{ l/s} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi r^2} = 1,53 \text{ m/s}$$

$$K = 10$$

SÖKT  $\Delta P$

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{950 \cdot 1,53 \cdot 0,05}{0,5 \cdot 10^{-3}} \approx 1,5 \cdot 10^5 > 2300 \Rightarrow \text{turbulent}$$

Bernoullis ekvation med förluster

$$y_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + \sum h_L \quad (6-16)$$

$$y_1 = y_2 \quad \text{horisontellt}$$

$$v_1 = v_2 \quad \text{arean oförändrad}$$

$$\Rightarrow \Delta P = \rho g \cdot \sum h_L \quad (14-16)$$

$$\Delta P = \rho g \cdot \left( \frac{K v^2}{2g} + 2 f_f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{g} \right)$$

$\uparrow$  (14-16)                       $\uparrow$  (14-17)

allt kantar utom  $f_f$

använd fig 14.2 med given diameter & material stål

$$\Rightarrow \sim 2 \text{ tum } \& \text{ commercial steel } \Rightarrow \frac{e}{D} \approx 0,0012$$

$$\text{fig 14.1 ger } f_f = f\left(\frac{e}{D}, Re\right)$$

$$\Rightarrow f_f \approx 0,0056$$

$$\Rightarrow \Delta P = 0,5 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 0,5 \text{ MPa}$$

lösning med  
ekvationens hänvisningar  
till transportboken  
4:e edition

## B2 Lösningsförslag

**a)** Vi har stationär värmeöverföring med ledning i betongen och påtvingad konvektion i luften. Beräkna  $Re$ , använd korrelation för att hitta  $Nu$  och sen värmeöverföringskoefficienten. Sen ger en värmebalans över ytan temperaturen på slingorna:

$$Re_L = \frac{\rho_{Luft} v L}{\mu} = \frac{1.35 \cdot 20 \cdot 15}{1.65 \cdot 10^{-5}} = 2.45 \cdot 10^7$$

$$Nu_L = 0.036 \cdot Re_L^{4/5} \cdot Pr^{1/3} = 0.036 \cdot (2.45 \cdot 10^7)^{4/5} \cdot 0.7^{1/3} = 2.61 \cdot 10^4$$

$$h = \frac{Nu_L \cdot k_{luft}}{L} = \frac{(2.61 \cdot 10^4) \cdot (2.3 \cdot 10^2)}{15} = 40.0204$$

$$q_{ledning} = q_{konvektion} \rightarrow$$

$$(T_{slinga} - T_{yta}) \frac{k_{betong}}{d} = h(T_{yta} - T_{luft}) \rightarrow$$

$$T_{slinga} = T_{yta} + \frac{h \cdot d}{k_{betong}} (T_{yta} - T_{luft}) = 0 + \frac{40.0204 \cdot 0.1}{1.21} (0 - (-20)) = 66.1495$$

Svar: temperaturen på slingorna behöver vara 66°C

**b)** Vi antar att plattan är tillräckligt tjock att plattans temperatur efter den sökta tiden är oförändrad på undersidan. I så fall har vi instationär värmeöverföring till en halvoändlig vägg. Då gäller:

$$\frac{T_{slinga} - T(x)}{T_{slinga} - T_0} = \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} \right)$$

där termiska diffusiviteten ges av :

$$\alpha = \frac{k_{betong}}{\rho_{betong} c_{p,betong}} = \frac{1.21}{2310 \cdot 880} = 5.9524 \cdot 10^{-7}$$

och

$$\frac{T_{slinga} - T}{T_{slinga} - T_0} = \frac{66 - 20}{66 - (-20)} = 0.5357$$

vilket ger:

$$t = \left( \frac{x}{2 \cdot \operatorname{erf}^{-1} \left( \frac{T_{slinga} - T(x)}{T_{slinga} - T_0} \right)} \right)^2 / \alpha = \left( \frac{0.1}{2 \cdot \operatorname{erf}^{-1}(0.5357)} \right)^2 / 5.9524 \cdot 10^{-7} = 20861s$$

$$= 5h 48 min$$

Kontrollera antagandet om tjock platta:

$$\frac{L}{2\sqrt{\alpha t}} = \frac{1-0.1}{2\sqrt{5.9524 \cdot 10^{-7} \cdot 20861}} = 4.0383 > 2 \quad \text{dvs. antagandet gäller!}$$

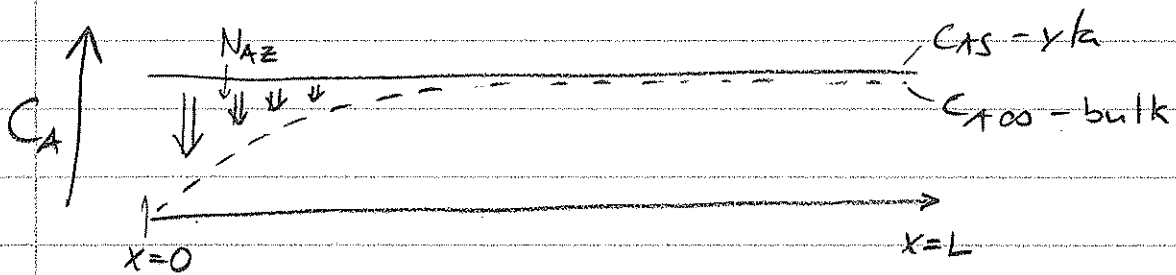
Svar: Efter 5 timmar och 48 minuter är betongen 20°C på ett djup av 10 cm under slingorna.

B3

## Lösningförslag

x Påtvungad konvektion

x Bulk konc varierar i rørets längd



$$A \cdot N_{Az} = k_c (C_{As} - C_{A\infty}) \quad \text{variera}$$
$$C_{A\infty, in} = 0$$
$$C_{A\infty, ut} = ?$$

Integrera en skal balans eller använd logaritmisk medelkoncentrationsgradient

$$\Rightarrow C_{A\infty, ut} = C_s \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{k_c \cdot L}{d \cdot v}\right)\right)$$

$k_c$  - påtvungad konv, laminärt, värströmning

$$(30-19) \quad Sh = \frac{k_c \cdot d}{D_{AB}} = 1,96 \left(\frac{d}{L} \cdot Re Sc\right)^{1/3}$$

$$D_{AB} (salt, H_2O) \approx 1,26 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s} \quad (\text{App J})$$

$$\Rightarrow t = \frac{1 \text{ g}}{M_{salt} \cdot A_{mantel} \cdot N_{Az}} = \frac{1 \text{ g}}{M_{salt} \cdot A_{mantel} \cdot k_c \cdot \Delta C_{Lm}}$$

$$t \approx 3 \text{ min}$$

$$k_c \approx 10^{-6} \text{ m/s}$$

$$C_{A\infty, ut} \approx 2,2 \text{ mol/m}^3$$

$$\underline{B41)} T = 80^\circ\text{C} = 353\text{K}$$

$$h = 5200 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$V = 0,2 \text{ m/s}$$

$$D = 28 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Sökt: } \frac{e}{D}$$

$$\frac{e}{D} = f(f_t, Re) \quad (f_t = c_f)$$

Använd Colburn-coburn för att få  $f_t$

$$\frac{h}{gV \rho C_p} \cdot Pr^{2/3} = \frac{c_f}{2} \Rightarrow c_f = \frac{2 \cdot h}{gV \rho C_p} \cdot Pr^{2/3}$$

Materialdata hämtas vid 353K (vatten)

$$\rho: 971,8 \text{ kg/m}^3$$

$$C_p: 4194 \text{ J/kgK}$$

$$Pr: 2,57$$

$$\mu: 352 \cdot 10^{-6} \text{ Pas}$$

$$f_t = c_f = \frac{2 \cdot 5200}{971,8 \cdot 0,2 \cdot 4194} \cdot 2,57^{2/3} \approx 0,024$$

$$Re = \frac{gVD}{\mu} = \frac{971,8 \cdot 0,2 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{352 \cdot 10^{-6}} \approx 1,5 \cdot 10^4 > 2300 \Rightarrow \text{turbulent}$$

använd ekvation 14-14 el Ag 14.1

$$\frac{1}{\sqrt{f_t}} = 4 \cdot \log \frac{D}{e} + 2,28 \quad (14-14)$$

$$\text{Ag 14.1} \Rightarrow \frac{e}{D} > \underline{0,05}$$

$$\text{og (14-14)} \Rightarrow \frac{e}{D} = \underline{0,09}$$

Kolla antagandet

$$\frac{D}{e} < 0,01 \text{ OK}$$