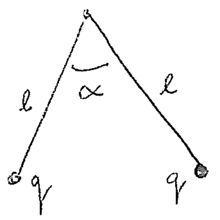
1) Kraften mellan de laddade kulorna ska balanseras av tyngdkraften

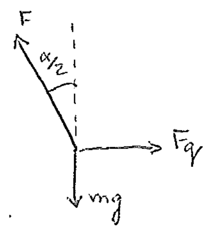


kraften mellan laddningarna ges av Coloumbs lag

$$F_q = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

där r är avståndet mellan laddningarna

kraftsituation



vid jämvikt:

$$mg\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\left(2\ell\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}$$

$$mg\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0\ell^2\sin^2\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \frac{\sin^3\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{q^2}{16\,mg\,\pi\varepsilon_0\ell^2}$$

Antag $m = 1\,kg$

$\ell = 1\,m$

$q = 1\,\mu C$

och så antar vi små vinklar

$\sin^3\left(\frac{\alpha}{2}\right) \approx \left(\frac{\alpha}{2}\right)^3$

$\cos\frac{\alpha}{2} \approx 1$

$$\left(\frac{\alpha}{2}\right)^3 = \frac{q^2}{16\,mg\,\pi\varepsilon_0\ell^2} \Rightarrow \alpha \approx 17^\circ$$

således är även små vinklar approximationen helt OK

2)

B-fältet på avståndet 1 m från dubbelledarens centrum är summan av B-fälten producerad av respektive ledare. B-fältet från en ledare beräknas som

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

a) B-fältet från den övre ledaren

$$B_z^{\text{övre}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 \, 2 \sin(100\pi t)}{2\pi \,(1+0{,}004)}$$

den nedre ledaren

$$B_z^{\text{nedre}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} = \frac{\mu_0 \, 2 \sin(100\pi t)}{2\pi \,(1-0{,}004)}$$

Totalt B-fält:

$$B_z^{\text{total}} = B_z^{\text{övre}} + B_z^{\text{nedre}} = \frac{\mu_0 \cdot 2 \sin(100\pi t)}{2\pi}\left(\frac{1}{1{,}004} - \frac{1}{0{,}996}\right) =$$

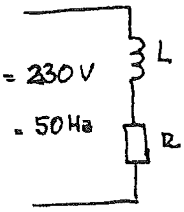
$$= \underline{3.2 \cdot 10^{-9}} \sin(100\pi t) \ \text{T}$$

b) B-fältet i centrum

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} + \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} = \frac{\mu_0 I}{\pi r} = \frac{\mu_0 \, 2 \sin(100\pi t)}{\pi \cdot 0{,}004} = \underline{\underline{2 \cdot 10^{-4} \sin(100\pi t)}}$$

③

A)

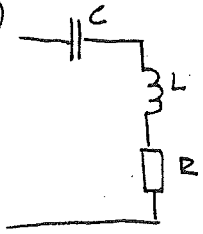


$U = 230\,V$

$f = 50\,Hz$

$$\underline{Z_A = R + j\omega L}$$

B)



$$Z_B = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L + R = \frac{-j}{\omega C} + j\omega L + R = \underline{R + j\,\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}}$$

↑

MAXIMAL EFFEKT KAN MAN FÅ, NÄR IMPEDANSEN BARA HAR REALDEL

⇓

$$\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C} = 0$$

$$\omega^2 LC = 1$$

$$\underline{\underline{C = \frac{1}{\omega^2 L}}} \quad \leftarrow \text{resonance}$$

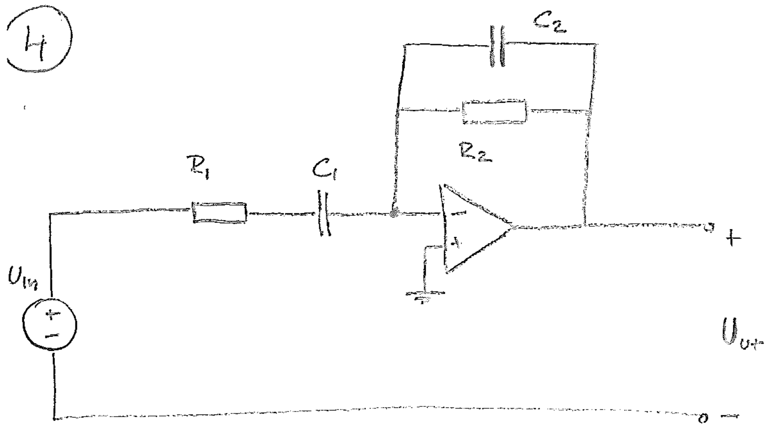
ALLMÄNT GÄLLER : $P = \dfrac{V_{rms}^{\,2}}{R}$

A) $$V_{RMS_A} = \left| U \cdot \frac{R}{Z_{total}} \right| = U \cdot \frac{R}{|Z_{total}|} = \underline{\underline{U \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}}}$$

B) $$V_{RMS_B} = U \cdot \frac{R}{R} = \underline{\underline{U}}$$

$$\underline{V_{RMS_A} < V_{RMS_B}}$$

4



$$\bar{I}\left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right) = \bar{U}_{in} \quad \Rightarrow \quad \bar{I} = \frac{\bar{U}_{in}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}}$$

$$\bar{I}\left(\frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C_2}\right) + \bar{U}_{ut} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{U}_{ut} = -\bar{I}\cdot\frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C_2} =$$

$$= -\frac{\bar{U}_{in}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C_2}$$

$$H(j\omega) = \frac{\bar{U}_{ut}}{\bar{U}_{in}} = \frac{-j\omega C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \cdot \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

5

Svar

a)

1-[redacted] B

Den vertikala strukturen på barken ger ett respons i magnitudspektrum för relativt höga frekvenser i horisontal-led (noll grader).

2-[redacted] C

Ultraljudsbilden har en sektor (den högra halvan har den ungefärliga riktningen 135 grader) utanför vilken bilden är helt svart. Detta ger språng i gråskalan för linjer som går vinkelrätt mot denna sektor, dvs det uppstår en linje i magnitud-spektrat som har den ungefärliga riktningen 45 grader. Detta är i överensstämmelse med C.

3- A

Hattens brätte samt en del andra strukturer är orienterade med den ungefärliga riktningen 45 grader. Vi får därmed ett starkt respons i magnitudspektrum för en riktning vinkelrätt mot brättet, dvs 135 grader. Detta är i överensstämmelse med A.

b)

79/16 = 4.9 => 5
83/16 = 5.2 => 5

c) För att bildens totala intensitet ska bli densamma i inbild och utbild

d) För att filtret ska ge ett noll-respons för de delar av bilden som har en homogen gråskala.