

Tenta i TMV036/TMV035 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.

1. **Sats** Ange definitionen för derivatan av en funktion. Ange ett fullständigt bevis till formeln för derivatan av produkt av två deriverbara funktioner. (6p)
2. **Gränsvärde och kontinuitet.** 1) Ange definition för en funktion kontinuerlig i en inre punkt på definitionsintervall.
2) Betrakta följande funktion:

$$f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{för } -1 \leq x < 0 \\ 1, & \text{för } x = 0 \\ \exp\left(-\frac{1}{x}\right), & \text{för } 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

Bestäm om f är kontinuerlig i origo eller inte och ange ett fullständigt bevis. (6p)

3. **Derivering.** Beräkna derivatan av funktionen

$$f(x) = \ln\left(\cos\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\right) \quad (4p)$$

4. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen : $g(x) = \begin{cases} x - x^2, & \text{för } 0 < x \leq 2 \\ \sin^2(x), & \text{för } -\pi \leq x \leq 0 \end{cases}$

definierad på intervallet $[-\pi, 2]$.

a) Bestäm punkter där funktionen inte är kontinuerlig, singulära punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum på det intervallet. (6p)

b) Bestäm böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är växande, avtagande, konkav uppåt och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. (4p)

5. **Taylors polynom.** Approximera funktionen: $f(x) = \sqrt[3]{8-x}$ med Taylors polynom av grad 2 runt punkten $a = 0$ med felterm på Lagranges form. Uppskatta hur stor är feltermen i fall $x = -0,1$. (6p)

6. **Gränsvärde.** Beräkna gränsvärdet: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{\ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2}$ (6p)

Du får använda l'Hôpitals regel eller (enkla!) Taylors polynom.

7. **Geometri i rummet.** Skriv en ekvation på standard form för en linje genom origo så att linjen är parallel med x - y koordinatplanet och med planet :

$$x - 2y + 3z + 11 = 0. \quad (6p)$$

8. **Geometri i rummet.** Bestäm minimala avståndet mellan två parallela plan:

$$x - 2y + 3z - 1 = 0 \text{ och } x - 2y + 3z + 5 = 0. \quad (6p)$$

Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättast, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.

Maxpoäng: 50 ; **3:** 20; **4:** 30; **5:** 40