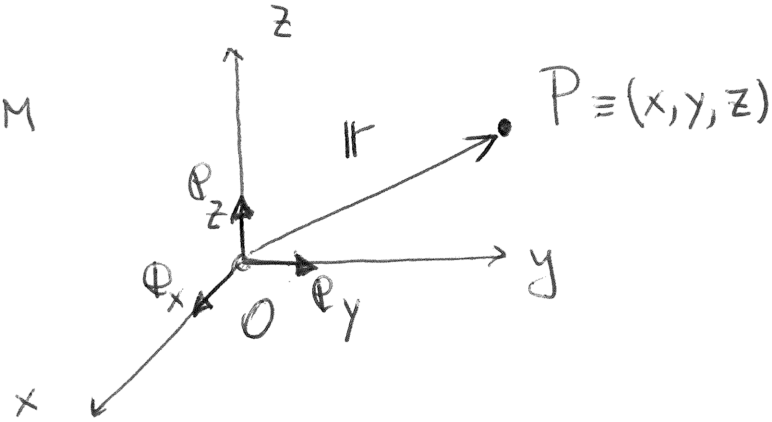
KRAFT GEOMETRI

KOORDINAT SYSTEM



Vi skriver $\mathbf{r} = x\,\mathbf{e}_x + y\,\mathbf{e}_y + z\,\mathbf{e}_z$

enhets vektorer.

STORLEK: $r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

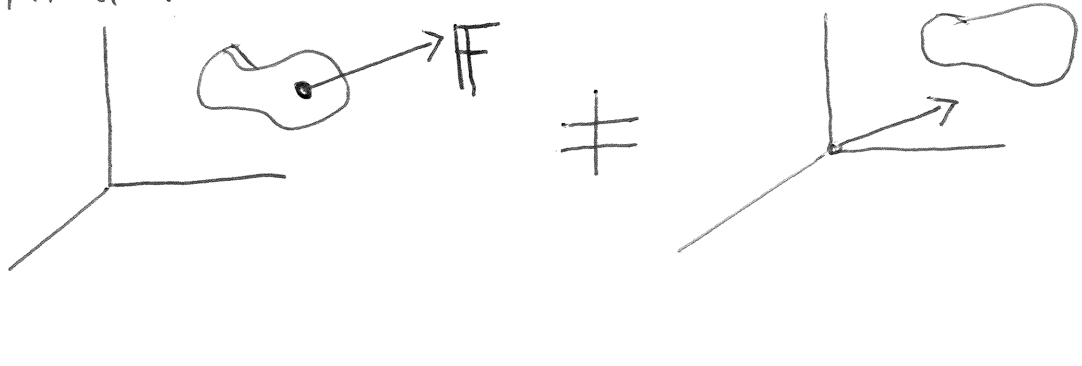
RIKTNING: $\mathbf{e}_r = \dfrac{\mathbf{r}}{r}$ $\quad (\,|\mathbf{e}_r| = 1\,)$

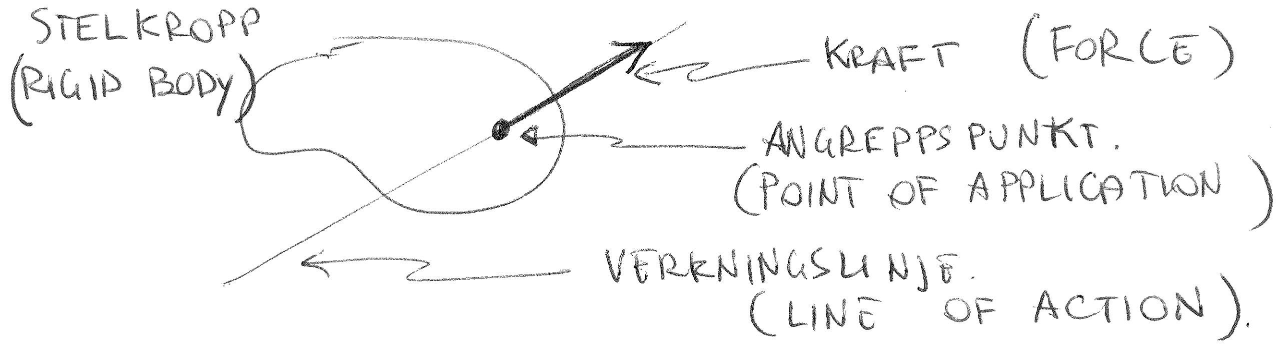
(kan beskrivas med vinklar...)

KRAFTER ÄR OCKSÅ VEKTORER:

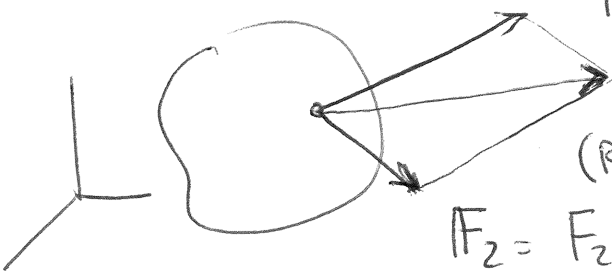
$$\mathbf{F} = F_x\,\mathbf{e}_x + F_y\,\mathbf{e}_y + F_z\,\mathbf{e}_z$$

<u>MEN</u> VI MÅSTE OCKSÅ SPECIFIERA ANGREPPSPUNKTEN !





1) KRAFTER MED <u>SAMMA</u> ANGREPSPKT
FÅR ADDERAS



$$\mathbb{F}_1 = F_{1x}\mathbb{e}_x + F_{1y}\mathbb{e}_y + F_{1z}\mathbb{e}_z$$

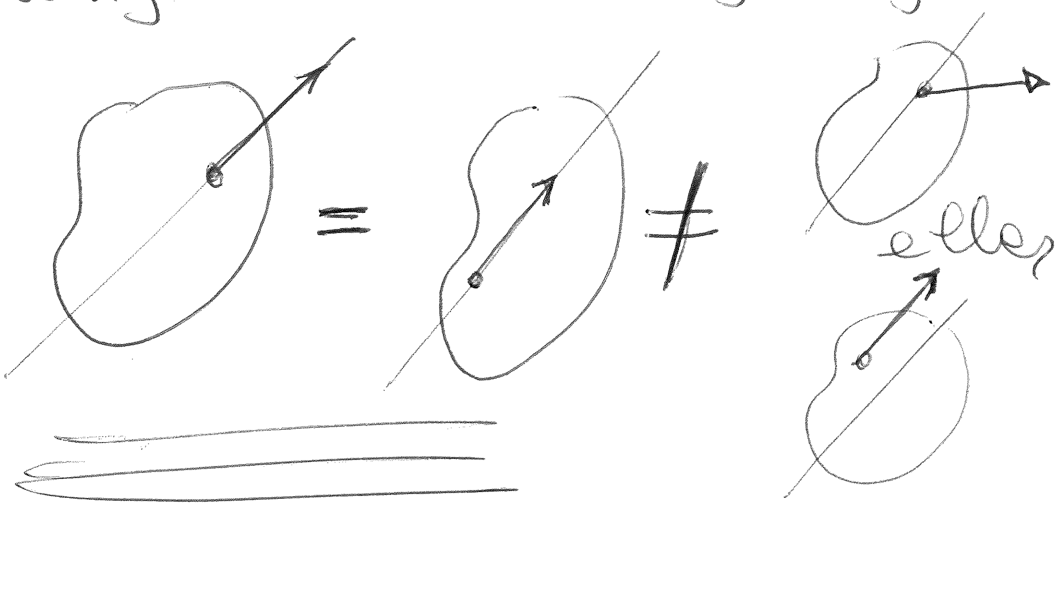
$$\mathbb{F}_1 + \mathbb{F}_2 = (F_{1x} + F_{2x})\mathbb{e}_x + \cdots$$

(RESULTANTEN)

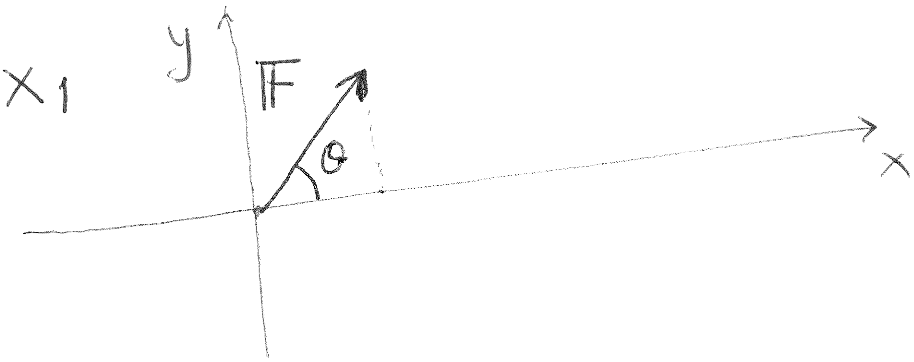
$$\mathbb{F}_2 = F_{2x}\mathbb{e}_x + F_{2y}\mathbb{e}_y + F_{2z}\mathbb{e}_z$$

2) "TRANSMISSIBILITY PRINCIPLE"

En kraft som verkar på en STEL KROPP kan alltid förskjutas längs sin verkningslinje.



Ex1



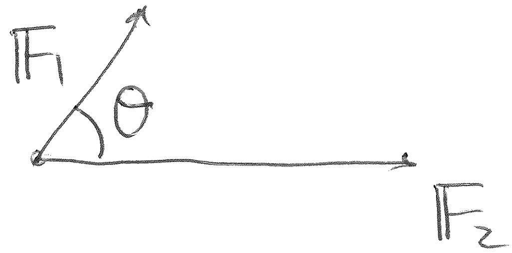
$$\mathbb{F} = \underbrace{F\cos\theta}_{F_x}\, \mathbb{e}_x + \underbrace{F\sin\theta}_{F_y}\, \mathbb{e}_y .$$

vi kan också skriva:

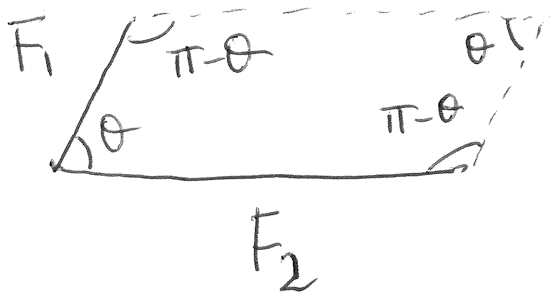
$$F_x = \mathbb{F} \circ \mathbb{e}_x \quad , \quad F_y = \mathbb{F} \circ \mathbb{e}_y .$$

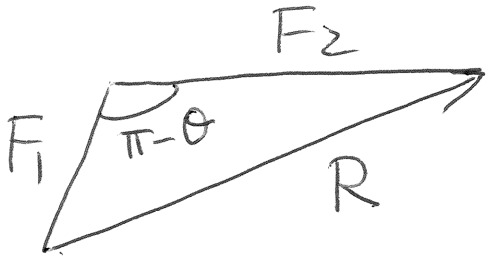
$$\left(\mathbb{e}_x \circ \mathbb{e}_x = \mathbb{e}_y \cdot \mathbb{e}_y = 1, \quad \mathbb{e}_x \circ \mathbb{e}_y = 0 \right)$$

Ex 2:



$\mathbb{R} = \mathbb{F}_1 + \mathbb{F}_2$.

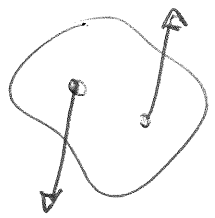
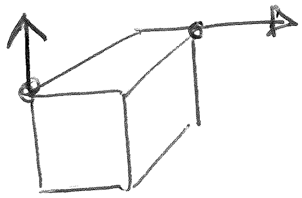




cos-teorem: $R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos(\pi-\theta)}$

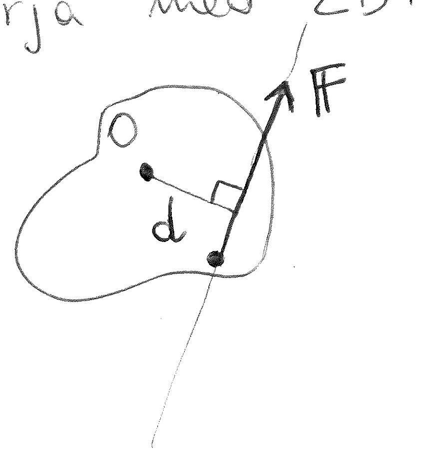
$= \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta}$

Men... vad gör vi här?

 eller  ?

INFÖR KRAFTMOMENTET (TORQUE).

Börja med 2D:

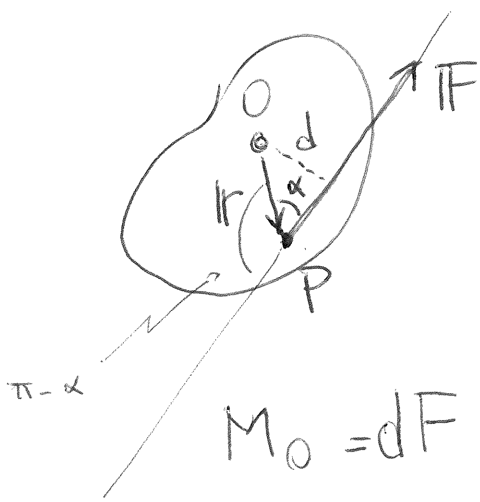


Tänk på en axel genom punkt O och ⊥ med kroppen ("går genom pappret")

Förmåga of F att rotera kroppen kring O ges av $M_O = d \cdot F$

KRAFTMOMENT med avseende på O

<u>OBS</u> Det behöver INTE finnas en riktig axel genom O. Man kan välja O godtyckligt!



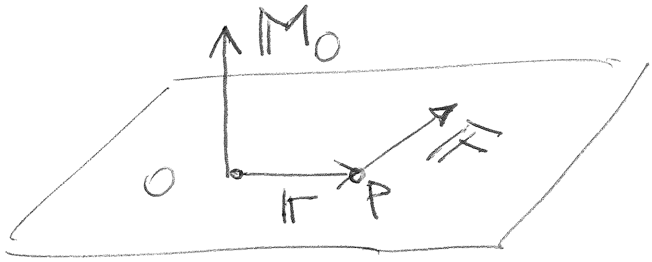
$\mathbf{r} = \overline{OP}$

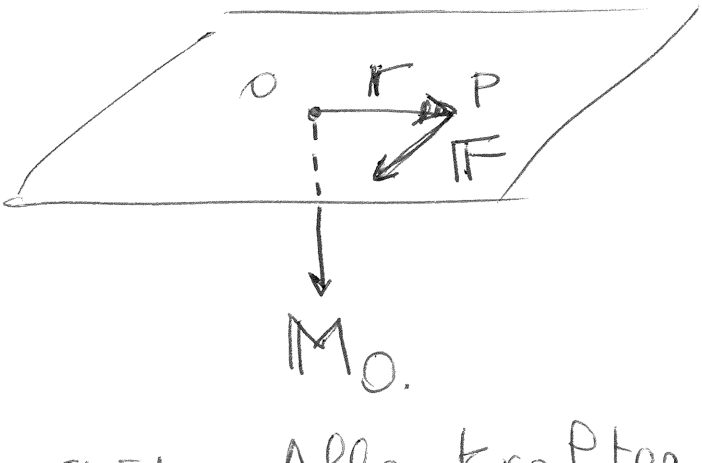
OBS $\pi - \alpha$ kan också användas!
$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$.

$$M_O = dF = rF\sin\alpha = |\mathbf{r}\times\mathbf{F}|$$

Låt M_O vara en vektor då!

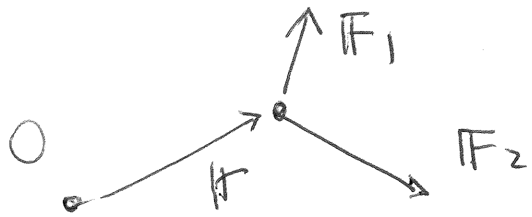
$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r}\times\mathbf{F}$$





2 DIM SYSTEM: Alla krafter ligger på ett plan ($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$). Vi kan då förenkla $\mathbf{M}_O = M_O\,\mathbf{e}_z$ ($M_O \gtrless 0$)

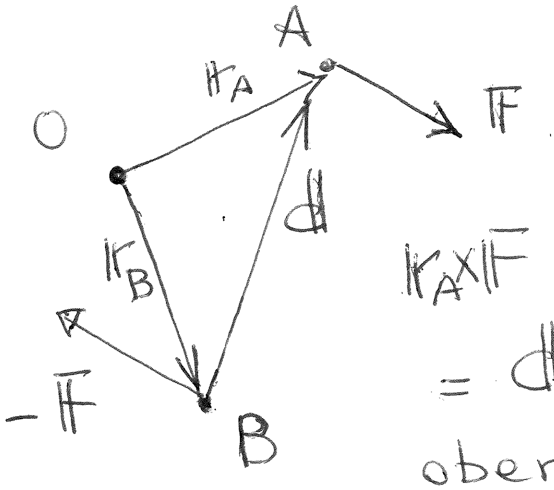
VARINGTONS TEOREM:



Om krafterna har SAMMA angrepspkt kraftmomentet av summan är samma som summan av kraftmoment.

$$\mathbb{r} \times (\mathbb{F}_1 + \mathbb{F}_2) = \mathbb{r} \times \mathbb{F}_1 + \mathbb{r} \times \mathbb{F}_2 .$$

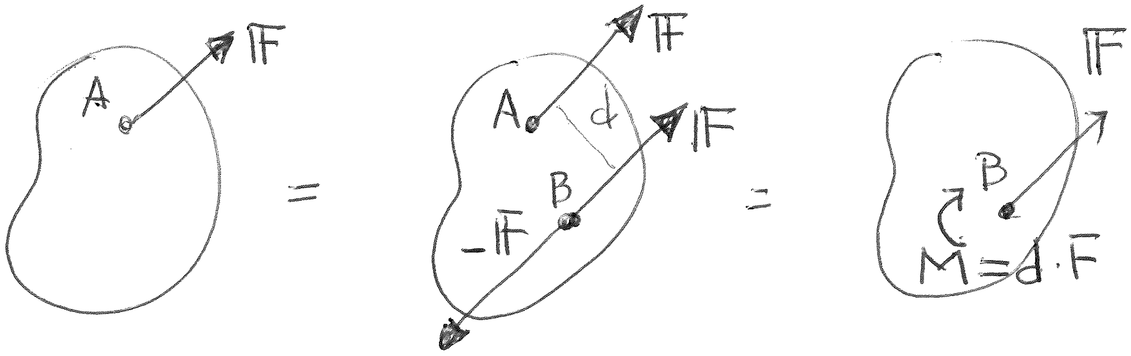
KRAFTPAR (COUPLE).



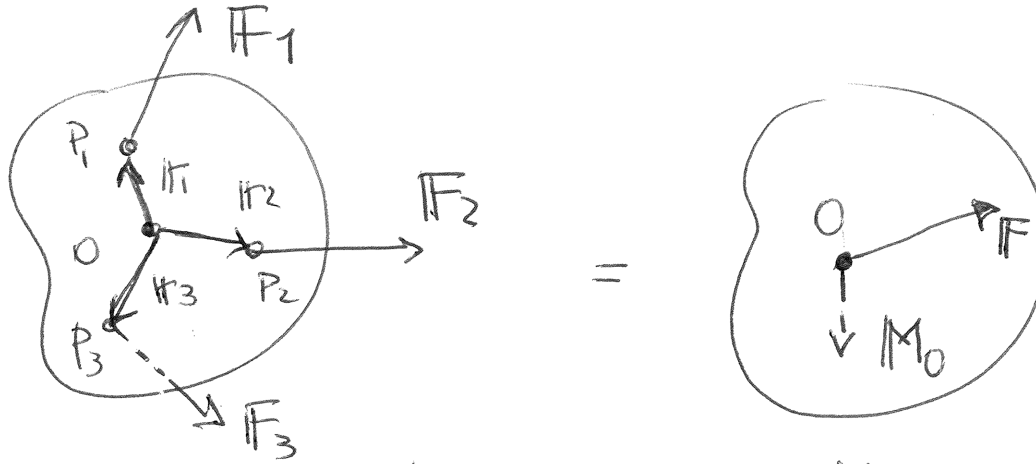
$$\mathbb{r}_A \times \mathbb{F} + \mathbb{r}_B \times (-\mathbb{F}) =$$
$$= \mathbb{d} \times \mathbb{F}$$

oberoende på O.

REDUKTION av KRAFTSYSTEM.



DVS: En kraft KAN FLYTTAS // till verkningslinje OM man kompensera med ett KRAFTMOMENT. (KRAFTPAR).



KRAFTSUMMAN och MOMENTSUMMAN:

$$\mathbb{F} = \mathbb{F}_1 + \dots + \mathbb{F}_n = \sum_i \mathbb{F}_i$$

$$\mathbb{M}_O = \mathbb{r}_1 \times \mathbb{F}_1 + \dots + \mathbb{r}_n \times \mathbb{F}_n = \sum_i \mathbb{r}_i \times \mathbb{F}_i$$

Om det finns redan några kraftmom. i början vi kan bara lägga till dem i $\mathbb{M}_O$.