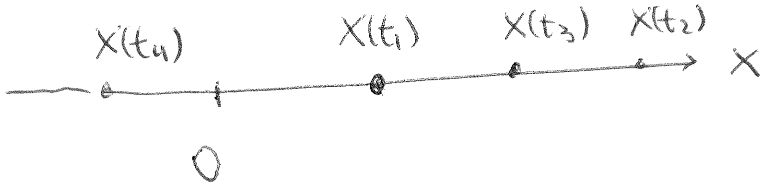
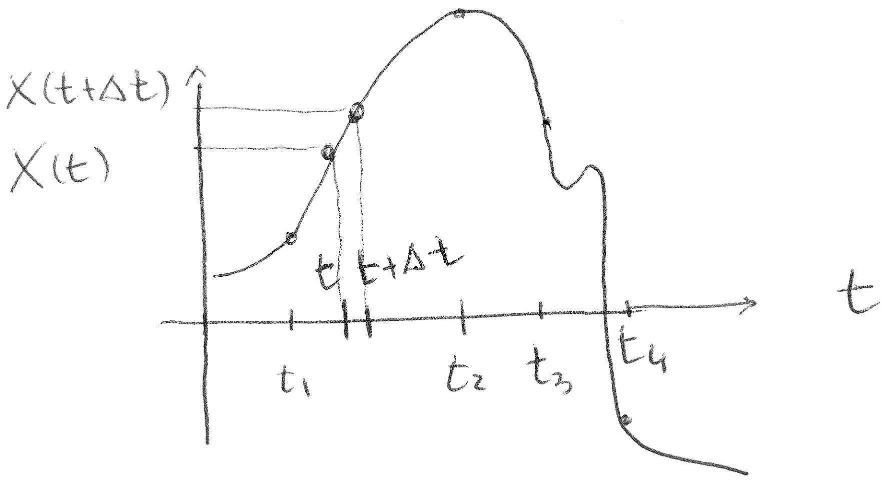
PARTIKELNS KINEMATIK.

- Anta punktformig kropp.
- Beskriv rörelse utan att ta hänsyn till krafterna som orsakar den.

1D. (Rätlinjig rörelse).





$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{d\,x(t)}{dt} = \dot{x}(t)$$

$$a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t).$$

Om $v(t)$ är känd:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = v(t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \Rightarrow x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t')\,dt'.$$

$$\left(\text{Eg } v \quad \text{konst} \Rightarrow x(t) = x_0 + v(t-t_0)\right)$$

Om $a(t)$ är känd

$$\begin{cases} \dot{v}(t) = a(t) \\ v(t_0) = v_0 \end{cases} \Rightarrow v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t')\,dt'$$

nu är $v(t)$ känd

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} \left(v_0 + \int_{t_0}^{t'} a(t'')\,dt'' \right) dt'$$

$$= x_0 + v_0(t-t_0) + \int_{t_0}^{t} \left(\int_{t_0}^{t'} a(t'')\,dt'' \right) dt'.$$

(Eg a konst, $t_0 = 0$ för enkelhetens skull):

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

Om $v(x)$ är känd:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v(x) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \Rightarrow \int_{x_0}^{x} \frac{dx'}{v(x')} = t - t_0$$

Om $a(v)$ är känd:

$$\begin{cases} \dfrac{dv}{dt} = a(v) \\ v(t_0) = v_0 \end{cases} \Rightarrow \int_{v_0}^{v} \frac{dv'}{a(v')} = t - t_0$$

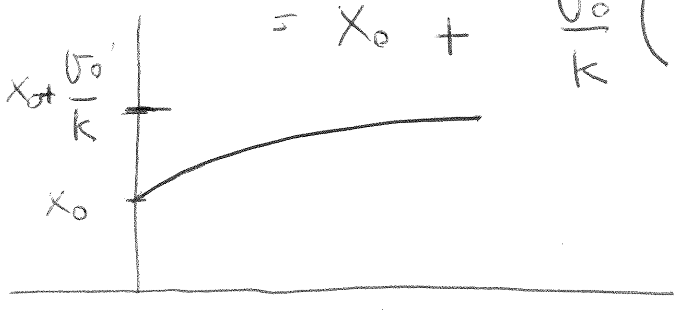
(Ex $a(v) = -kv$, $v(t_0 = 0) = v_0$:

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv'}{-kv'} = t \Rightarrow -k \log v/v_0 = t$$

$$\Rightarrow v = v_0 e^{-kt},$$

$$\Rightarrow x(t) = x_0 + \int_0^t v_0 e^{-kt'} dt' =$$

$$= x_0 + \frac{v_0}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$$



)

Om $a(x)$ är känd:

$$\begin{cases} \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{dx}{dt}\dfrac{dv}{dx} = v\dfrac{dv}{dx} = \dfrac{1}{2}\dfrac{d}{dx}v^2 = a \\ v(x_0) = v_0 . \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad v^2(x) - v_0^2 = 2\int_{x_0}^{x} a(x')dx'$$

$$\Rightarrow \quad v(x) = \sqrt{v_0^2 + 2\int_{x_0}^{x} a(x')dx'}$$

Nu är $v(x)$ känd.