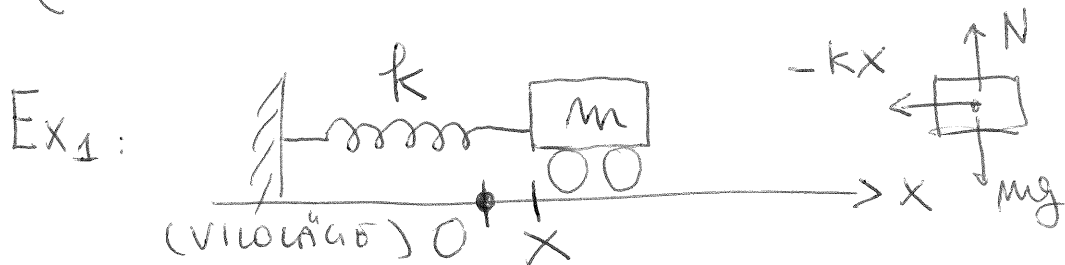


SVÄNGNINGSRÖRELSE

Vi börjar med några exempel av
(FRJA ODÄMPADE) SVÄNGNINGAR.



$$\text{Newton's II: } m\ddot{x} = -kx$$

(gäller både $x > 0$ eller < 0 !)

Vi har en ekv: $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

som ska lösas med givna

begynnelse villkor $x(t_0) = x_0, \dot{x}(t_0) = v_0$

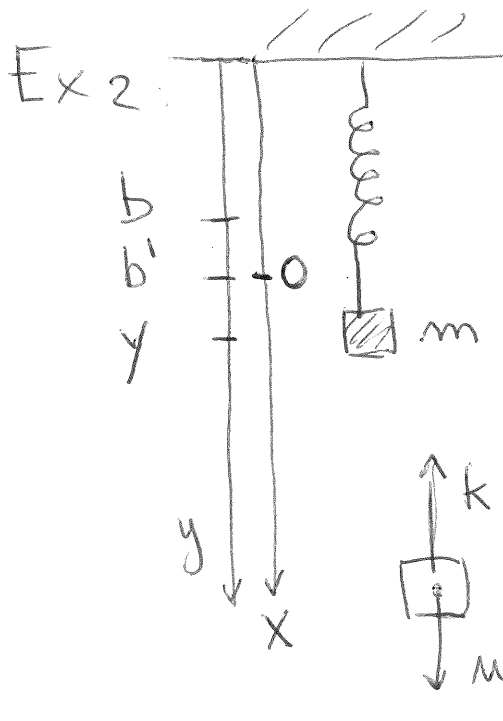
t. ex. om vi släpper vagnen i vilan

vid $t=0$: $x(0) = x_0, \dot{x}(0) = 0$

Lösningen blir $x(t) = x_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$.

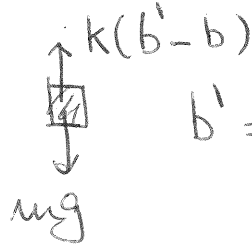
Vagnen svänger fram/tillbaka med

VINKELFREKVENS $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

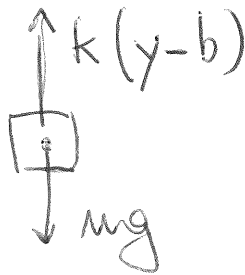


$b = \text{VILORÄGE (utan } m)$

$b' = \text{JÄMVIKTSÄGE}$



$$b' = b + \frac{mg}{k}$$



Newton's II: $mg - k(y - b) = m\ddot{y}$

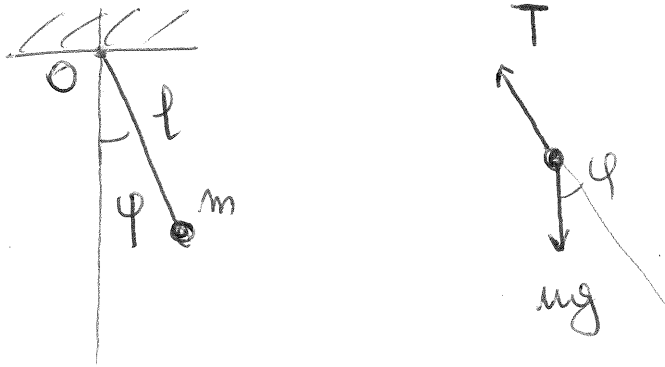
$$\underbrace{mg + kb}_{\text{KONSTANT}} - ky = m\ddot{y}$$

Använd $y = x + b'$ (Dvs sätt origo vid jämviktsläge)

$$\Rightarrow -kx = m\ddot{x}$$

samma eks som för!

Ex 3: (Den "matematiska" pendeln)

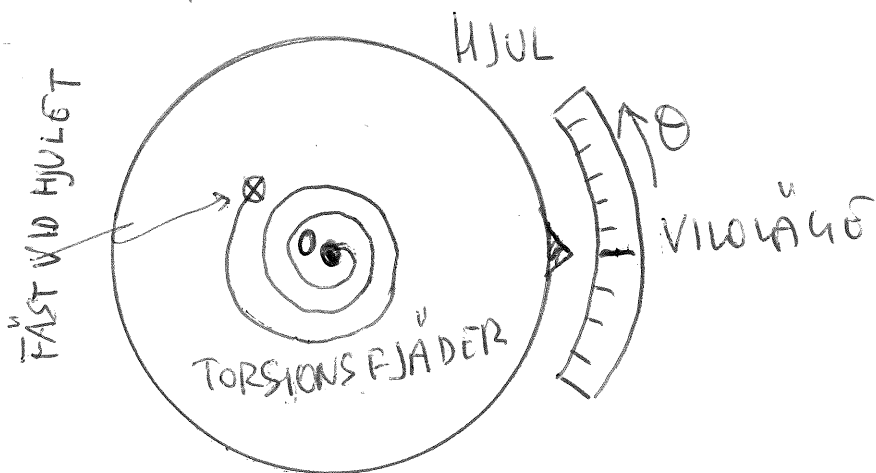


Newton's II: $-mg \sin \varphi = m l \ddot{\varphi}$
 (lämnas φ).

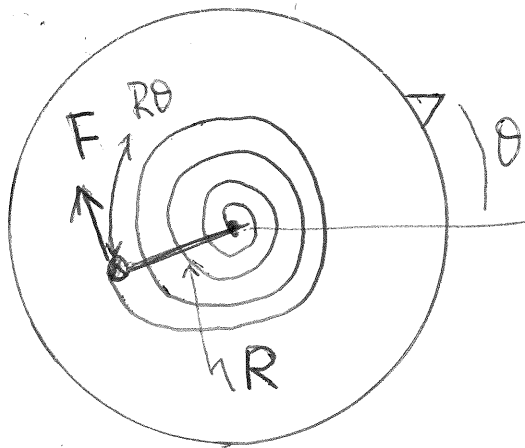
Vid små svängningar: $\sin \varphi \approx \varphi$

$\Rightarrow \ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \varphi = 0$ samma eks som
 för men nu
 med $\omega = \sqrt{g/l}$.

Ex 4: TORSIONSPENDEL (LABB!)



Om vi roterar hjulet från viloläget kommer torsionsfjäder att utövande en återförande kraft moment:



$$|F| \approx k \cdot R\theta$$

$$|M_0| \approx k \cdot R^2\theta$$

Hjulets rörelsemängdsmoment:

$$L_0 = I \dot{\theta}$$

TROGHETS MOMENT (KONST.)

$$\dot{L}_0 = M_0 \Rightarrow I \ddot{\theta} = -kR^2\theta$$

$$\text{Återigen: } \ddot{\theta} + \frac{kR^2}{I}\theta = 0$$

Harmonisk svängning med $\omega = \sqrt{\frac{kR^2}{I}}$.

ALLA DESSA EXEMPLAR KAN SKRIVAS

SOM: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$

för en viss "frihetsgrad", x (kan vara en vinkel!)
och vinkel frekvens ω .

Den allmänna lösningen kan skrivas
på två helt ekvivalenta sätt:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \delta)$$

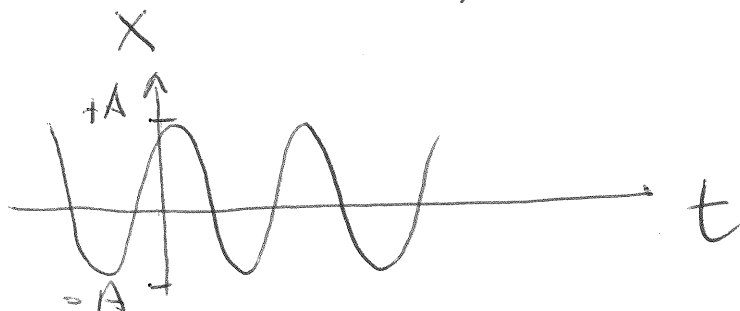
eller

$$x(t) = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t.$$

$A =$ AMPLITUD
(AMPLITUDE)

$\delta =$ FASFÖRSJUTNING
(PHASE SHIFT)

(eller C_1, C_2) fås med $x(t_0) = x_0$
 $\dot{x}(t_0) = v_0$



$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} \text{ FREKVENNS, } T = \frac{1}{\nu} \text{ PERIOD}$$

$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ är bara början!

Allmänt kan det finnas två krafter till:

1) DÄMPNINGSKRAFT ($\equiv -C \dot{x}$)

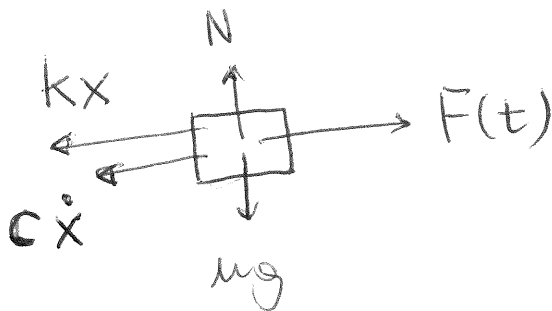
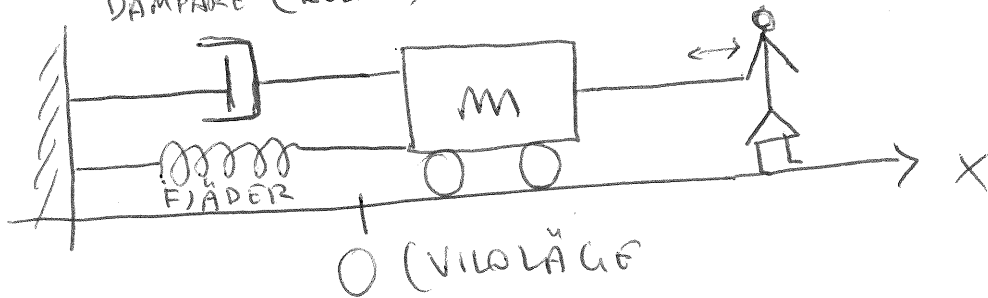
DÄMPNINGSKONSTANT

2) DRIVANDE KRAFT
(eg. motor)

$F(t)$

Bestämms
av experimentellist.

Ex 1 IGEN:
DÄMPARE ("KOLV")



Newton II: $F(t) - kx - c\dot{x} = m\ddot{x}$

Inför $\omega = \sqrt{k/m}$ som förr.

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

DÄMPNINGSKOEFFICIENT
(DIMENSIONLÖS)