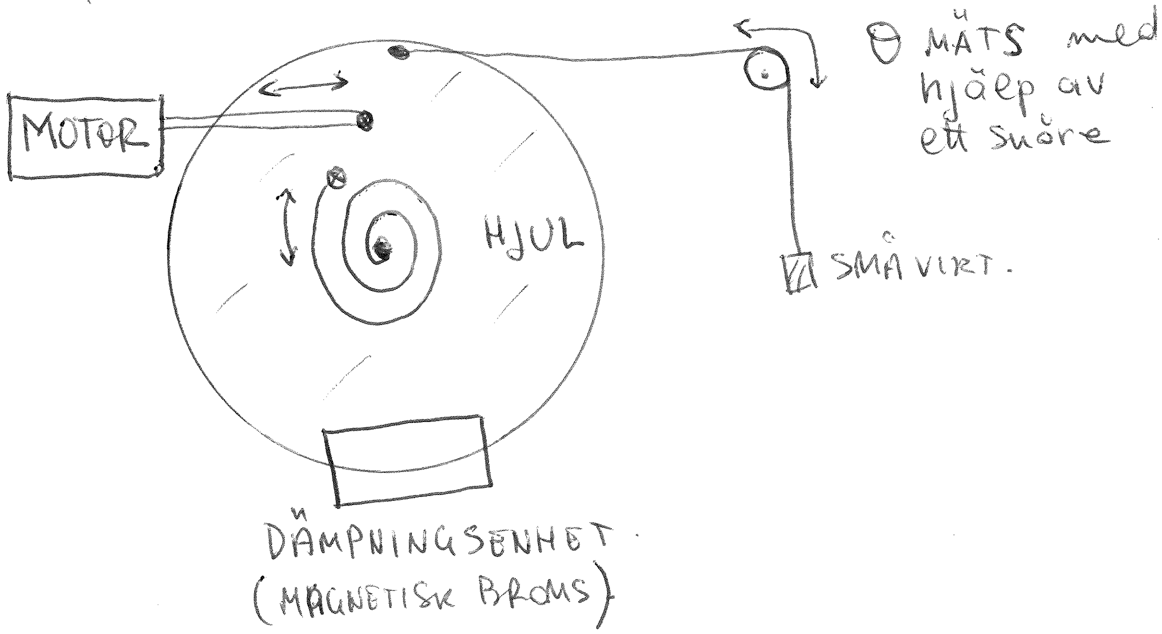
Den allmänna ekvationen blir:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = \frac{1}{m}F$$

Den gäller alla andra exemplar

t.ex. TORSIONSPENDEL



Låt oss anta en HARMONISK exciterande kraft $F(t) = F_0 \cdot \sin \Omega t$

Beståms av exp.

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = \omega^2 \xi_0 \sin \Omega t \quad (*)$$

$$\xi_0 \equiv \frac{F_0}{m\omega^2}$$

Lösningen av (*) ges av

1) DEN ALLMÄNNA LÖSNINGEN TILL DEN HOMOGENA EKVATIONEN:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = 0$$

<u>plus</u>

2) EN PARTIKULÄRLÖSNING TILL (*)

Vi börjar med $\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = 0$

(FRIA men DÄMPADE SVÄNGNINGAR).

Ansatz: $x^{\text{HOMOGEN}} = e^{\lambda t}$

$$\Rightarrow \quad \lambda^2 + 2\zeta\omega\lambda + \omega^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \lambda_{1,2} = \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\cdot\omega.$$

SVAG DÄMPNING $(\zeta < 1)$ $\quad \lambda_{1,2} = -\zeta\omega \pm i\omega_d$

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega < \omega.$$

$$x^{\text{HOMOGEN}}(t) = C_1 e^{-(\omega\zeta - i\omega_d)t} + C_2 e^{-(\omega\zeta + i\omega_d)t} = A e^{-\omega\zeta t}\sin(\omega_d t + \delta)$$

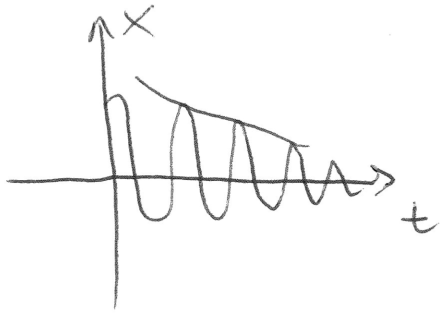
$$= e^{-\omega\zeta t}\left(B_1 \sin\omega_d t + B_2 \cos\omega_d t\right)$$

STARK DÄMPNING $(\zeta > 1)$

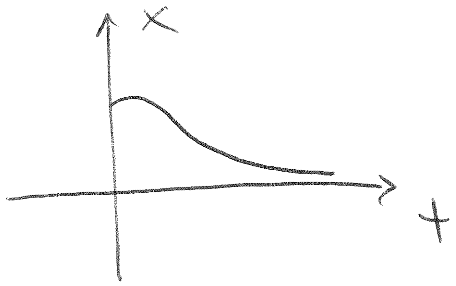
$$\lambda_{1,2} = \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega \in \mathbb{R}. \qquad \lambda_{1,2} < 0 \text{ Båda}$$

$$x^{\text{HOMOGEN}}(t) = C_1 e^{+\lambda_1 t} + C_2 e^{+\lambda_2 t}$$

SVAG



STARK



(GRÄNSFALL: $\zeta = 1 \quad x^{\text{HOMOGEN}}(t) = (At + B)e^{-\omega t}$)

OBS i ALLA FALL $(\forall \zeta)$ är $\lim_{t \to \infty} x^{\text{HOMOGEN}}(t) = 0$

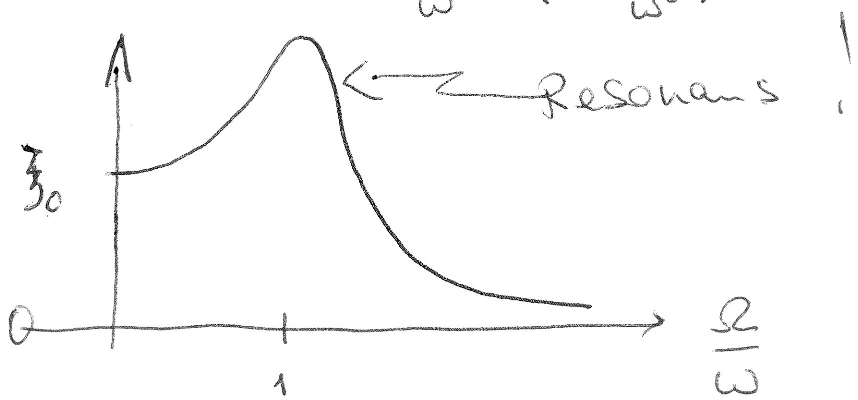
Därför $t \to \infty$ beteende ges av den partikulärlösningen till

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = \omega^2 \xi_0 \sin \Omega t.$$

ANSATZ: $x^{\text{PARTIKULÄR}}(t) = D_1 \sin \Omega t + D_2 \cos \Omega t.$

$$= \underset{\text{AMPLITUD}}{C} \sin(\Omega t - \underset{\text{FASFÖRSJUTNING}}{\varphi}) \qquad (\text{OBS "}-\text{" tecken här.})$$

$$C = \xi_0 \Big/ \sqrt{4\xi^2 \frac{\Omega^2}{\omega^2} + \left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2}$$



$$\psi = \arctan\left(\frac{2\xi\,\Omega/\omega}{1 - \Omega^2/\omega^2}\right)$$