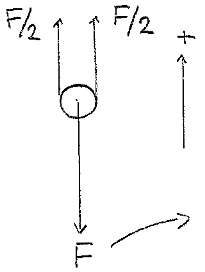
FFM 332 Mekanik
David Frisk, davidfr@student.chalmers.se
Övningstenta: 2011-05-27

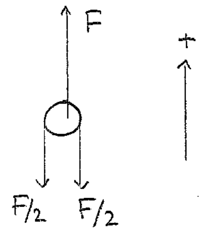
1. Sökt: ▸ Kraft F som verkar i A
▸ Normalkraft N_B som verkar i B.

Systemet befinner sig i jämvikt $\Rightarrow \sum F_i = 0$

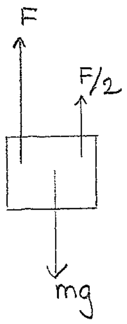
▸ Trissa C:



▸ Trissa D:



▸ Person:

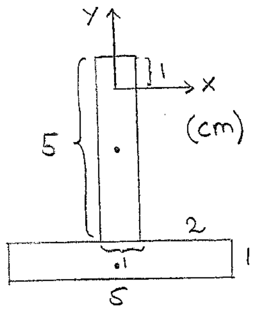


$$F + \frac{F}{2} - mg = 0$$

$$\Rightarrow F = \frac{2}{3} mg = \underline{458 \text{ N}}$$

$$N_B = F/2 = \frac{458}{2} = \underline{229 \text{ N}}$$

2. Sökt: ▸ Masscentrum för figuren.
(Svängningstiden beräknas mha tröghetsmoment, som bara behandlas kursivt i årets kurs)

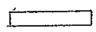


För en kropp indelad i i st delar gäller:

$$\mathbb{R} = \frac{\sum m_i \cdot \mathbb{r}_i}{\sum m_i}, \quad \mathbb{R} \text{ är masscentrums-vektorn.}$$

Homogen plåt: $\mathbb{R} = \frac{\sum A_i \cdot \mathbb{r}_i}{\sum A_i}$

▸ Del 1:  $A_1 = 5 \cdot 1 = 5 \text{ cm}^2$, $\mathbb{r}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1{,}5 \end{bmatrix}$

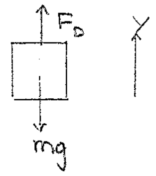
▸ Del 2:  $A_2 = 5 \cdot 1 = 5 \text{ cm}^2$, $\mathbb{r}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -4{,}5 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow \mathbb{R} = \frac{A_1 \mathbb{r} + A_2 \mathbb{r}_2}{A_1 + A_2} = \frac{5 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1{,}5 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 0 \\ -4{,}5 \end{bmatrix}}{5+5} = \frac{\begin{bmatrix} 0 \\ -7{,}5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -22{,}5 \end{bmatrix}}{10} =$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 0 \\ -30 \end{bmatrix}}{10} = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$$

3. Sökt: ▸ Spänning i fästpunkten vid klättrande, vila och glidning.

Friläggning av apa:



$\Sigma F_y = ma = F_D - mg$

$\Rightarrow F_D = m(a+g)$

En kraft som verkar uppåt på apan verkar nedåt på repet. Därutöver tillkommer repets massa, som ger en tyngdkraft $F_g = m_{rep} \cdot (-g)$ på repet.

Den totala kraften på repet i fästpunkten blir följaktligen $\boxed{F_{tot} = -F_D - m_{rep} \cdot g = \underline{-m(a+g) - m_{rep} \cdot g}}$

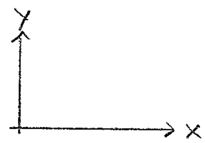
▸ Klättra: $F_{tot} = -8(9{,}82 + 1{,}2) - 2{,}4 \cdot 9{,}82 = -111{,}7$ N

▸ Vila: $F_{tot} = -8(9{,}82 + 0) - 2{,}4 \cdot 9{,}82 = -102{,}1$ N

▸ Glida: $F_{tot} = -8(9{,}82 - 3{,}2) - 2{,}4 \cdot 9{,}82 = -76{,}5$ N

Spänningen är absolutbeloppet av kraften, dvs <u>111,7 N</u>, <u>102,1 N</u> resp <u>76,5 N</u>

4.



▸ Bollens läge: $x_B = v_0 \cdot t \qquad y_B = -\frac{gt^2}{2}$

▸ Huvudets läge: $x_H = 3\cos 45° + v\cos 45° \cdot t$

$y_H = -3\sin 45° - v\sin 45° \cdot t$

Bollen träffar barnets huvud när $y_B = y_H$, $x_B = x_H$

▸ $y_B = y_H \Rightarrow -\frac{gt^2}{2} = -3\sin 45° - v\sin 45° \cdot t$

$\Rightarrow t^2 - \frac{2}{g} v\sin 45° \cdot t - \frac{2}{g} 3\sin 45° = 0$

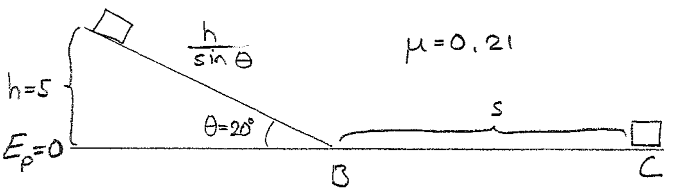
$\Rightarrow t^2 - \frac{2}{g}\frac{3{,}6}{\sqrt{2}} t - \frac{2}{g} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} = 0$

$\Rightarrow t = \frac{3{,}6}{\sqrt{2}\,g} \pm \sqrt{\frac{3{,}6^2}{2g^2} + \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{2} \cdot g}} = \begin{cases} t_1 = 0{,}9658 \text{ s} \\ (t_2 = -0{,}4473 \text{ s}) \end{cases}$

▸ $x_B = x_H \Rightarrow v_0 \cdot t_1 = 3\cos 45° + v\cos 45° \cdot t_1$

$\Rightarrow v_0 = \frac{3\cos 45°}{t_1} + v\cos 45° = \underline{4{,}74 \text{ m/s}}$

5. Sökt: ▸ Sträckan s som pulkan glider innan den stannar.

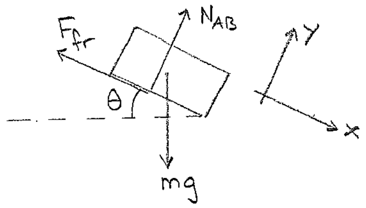


Energiomvandling: [Lägesenergi] → [Friktion]

$$\Rightarrow mgh = F_{fr,AB} \cdot \frac{h}{\sin\theta} + F_{fr,BC} \cdot s =$$

$$= \mu N_{AB} \frac{h}{\sin\theta} + \mu N_{BC} \cdot s \qquad (1)$$

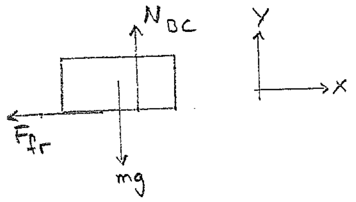
▸ A → B. Frilägg pulkan:



$$\sum F_y = 0 = N_{AB} - mg\cos\theta$$

$$\Rightarrow \underline{N_{AB} = mg\cos\theta} \qquad (2)$$

▸ B → C. Frilägg pulkan:



$$\sum F_y = 0 = N_{BC} - mg$$

$$\Rightarrow \underline{N_{BC} = mg} \qquad (3)$$

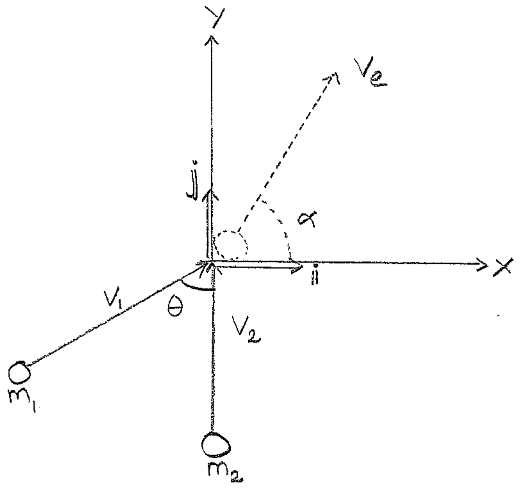
(2), (3) sätts in i (1)

$$\Rightarrow \cancel{m}\cancel{g}h = \mu \cancel{m}\cancel{g}\cos\theta \cdot \frac{h}{\sin\theta} + \mu \cancel{m}\cancel{g} \cdot s$$

Endast s är okänd, lös ut:

$$\Rightarrow s = \frac{h - \mu\cos\theta \frac{h}{\sin\theta}}{\mu} = \frac{5 - 0{,}21\cos 20° \cdot \frac{5}{\sin 20°}}{0.21} = 10{,}07\,\text{m}$$

6. Sökt: ▸ Var stannar bilen?



Kollision, kropparna fastnar
$\Rightarrow$ Rörelsemängd bevaras.

Tvådimensionellt
$\Rightarrow$ Använd enhetsvektorerna $\mathbb{i}, \mathbb{j}$.

▸ Före

$$\mathbb{P}_1 = m_1 v_1 = 900 \cdot \frac{100}{3,6} \sin\theta \; \mathbb{i} + 900 \cdot \frac{100}{3,6} \cos\theta \; \mathbb{j} =$$

$$= 21\,651 \; \mathbb{i} + 12\,500 \; \mathbb{j} \quad \text{kgm/s}$$

$$\mathbb{P}_2 = m_2 v_2 = 1500 \cdot \frac{50}{3,6} \; \mathbb{j} = 20\,833 \; \mathbb{j} \quad \text{kgm/s}$$

▸ Efter

$$\mathbb{P}_e = \mathbb{P}_1 + \mathbb{P}_2 = 21\,651 \; \mathbb{i} + 33\,333 \; \mathbb{j} \quad \text{kgm/s}$$

▸ Beräkna hastighet och riktning efter krocken. $m = m_1 + m_2$

$$\mathbb{P}_e = m v_e \quad \Rightarrow \quad v_e = \frac{\mathbb{P}_e}{m} = \frac{21651}{2400} \; \mathbb{i} + \frac{33\,333}{2400} \; \mathbb{j} =$$

$$= 9{,}02 \; \mathbb{i} + 13{,}89 \; \mathbb{j} \quad \text{m/s}$$

$$|v_e| = \sqrt{9{,}02^2 + 13{,}89^2} = 16{,}56 \text{ m/s}$$

$$\alpha = \arctan \frac{V_y}{V_x} = \arctan \frac{13{,}89}{9{,}02} = 57^\circ$$

▸ Beräkna glidsträcka.

Energiomvandling: $\boxed{\text{Rörelseenergi}} \longrightarrow \boxed{\text{Friktion}}$

$$\Rightarrow \frac{m|V_e|^2}{2} = F_{fr} \cdot s = \mu N \cdot s = \left\{ \; N - mg = 0 \;\; \Rightarrow N = mg \right\} = \mu \, mg \, s$$

$$\Rightarrow s = \frac{|V_e|^2}{2\mu g} = \frac{16{,}56}{2 \cdot 0.92 \cdot 9{,}82} = 15{,}2 \text{ m}$$

▸ Bilen stannar i:

$$x = s\cos\alpha = 15{,}2 \cos 57^\circ = \underline{8{,}3 \text{ m}}$$

$$y = s\sin\alpha = 15{,}2 \sin 57^\circ = \underline{12{,}7 \text{ m}}$$