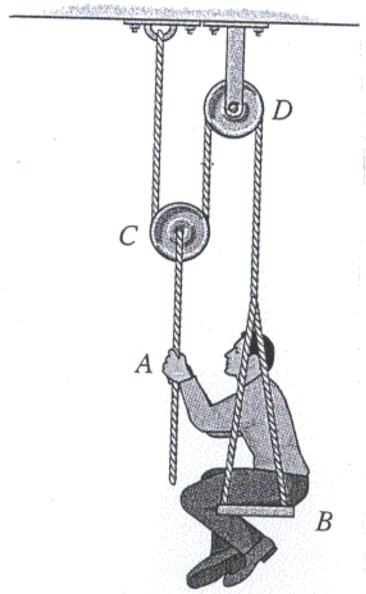
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

FFM332 - MEKANIK för Kf 2011-05-27
Examinator: Gabriele Ferretti tel. 7723168, 0762293068
Hjälpmedel: Valfri miniräknare, Physics handbook.

Tentamen innehåller 6 uppgifter. Varje tal ger max 6 poäng.

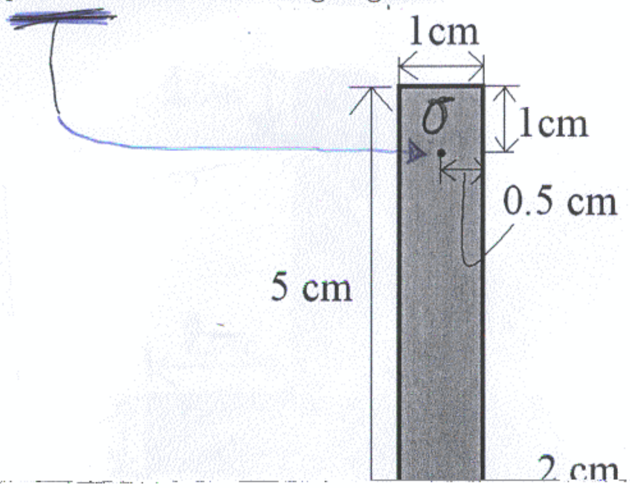
1.

En $70kg$ man sitter som på bilden och håller sig i jämvikt genom att dra i repet. Beräkna kraften med vilken han måste dra i repet i punkt A samt reaktionskraften från sätet B. Försumma alla massor förutom mannens.



2.

Föremålet i bilden är tillverkat av en tunn homogen metallplåt. Beräkna masscentrum i ett lämpligt koordinatsystem. Anta nu att figuren svänger från punkt O. Beräkna svängningstiden för små vinklar.

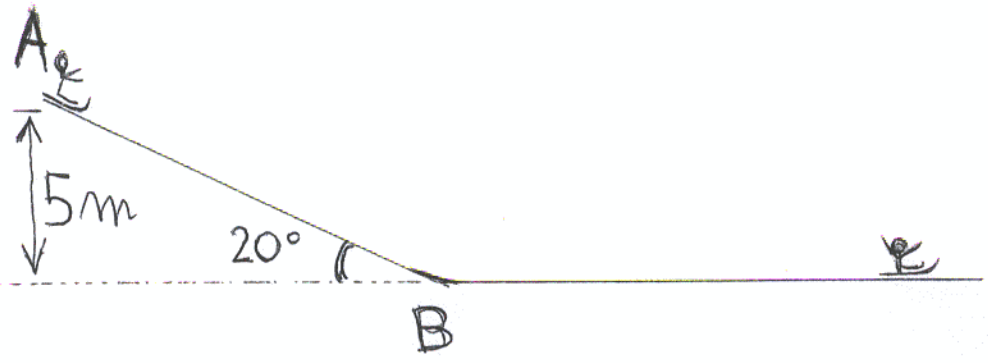


3.

En $8kg$ apa klättrar upp för ett $2.4kg$ rep som hänger från taket. Apan klättrar med konstant acceleration $1.2m/s^2$ (uppåt). När apan når taket vilar den en stund och sen låter den sig glida ner med konstant acceleration $-3.2m/s^2$ (neråt). Beräkna spänningen på repet i fästpunkten vid taket under dessa tre aktiviteter (klättrandet, vilan, glidningen).

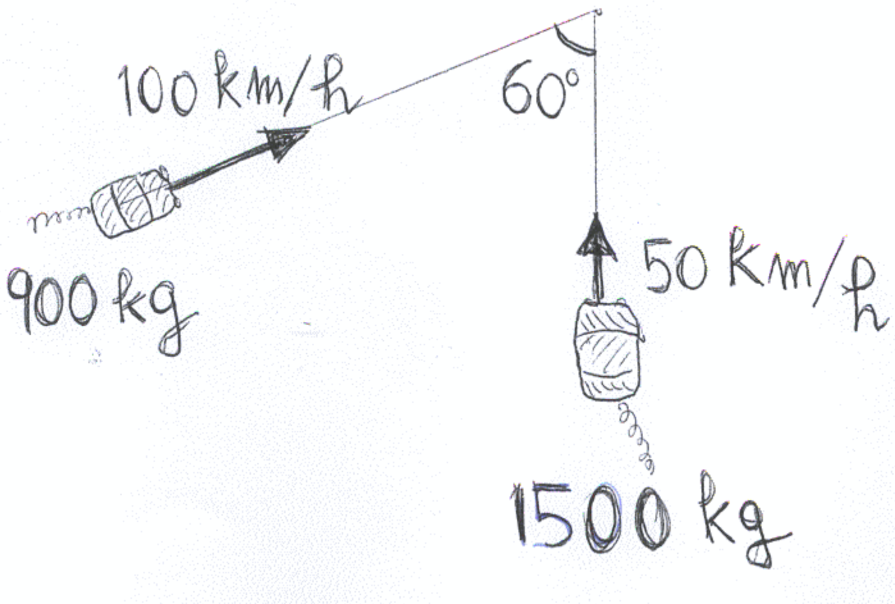
5.

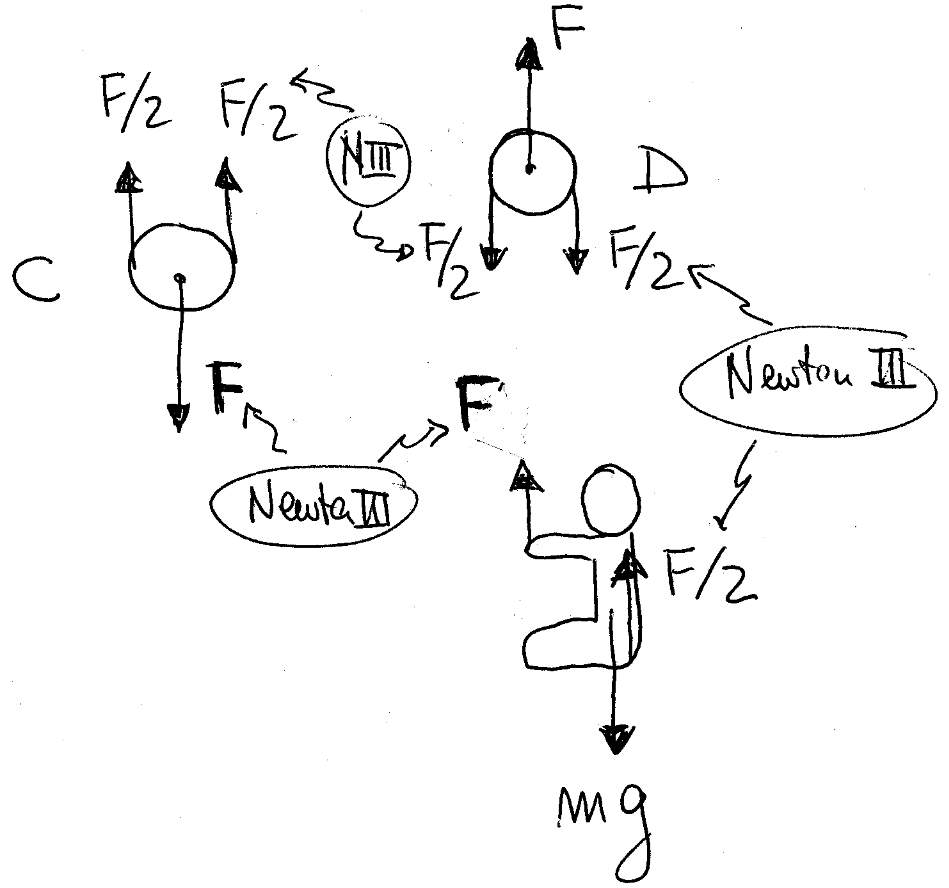
En pulka släpps i punkt A med noll hastighet. Den kinetiska friktionskoefficienten längs hela banan (både den lutande delen och den horisontella delen) är $\mu_k = 0.21$. Beräkna hur långt från B pulkan kommer innan den stannar. Försumma möjliga energiförluster vid vändningspunkten B.



6.

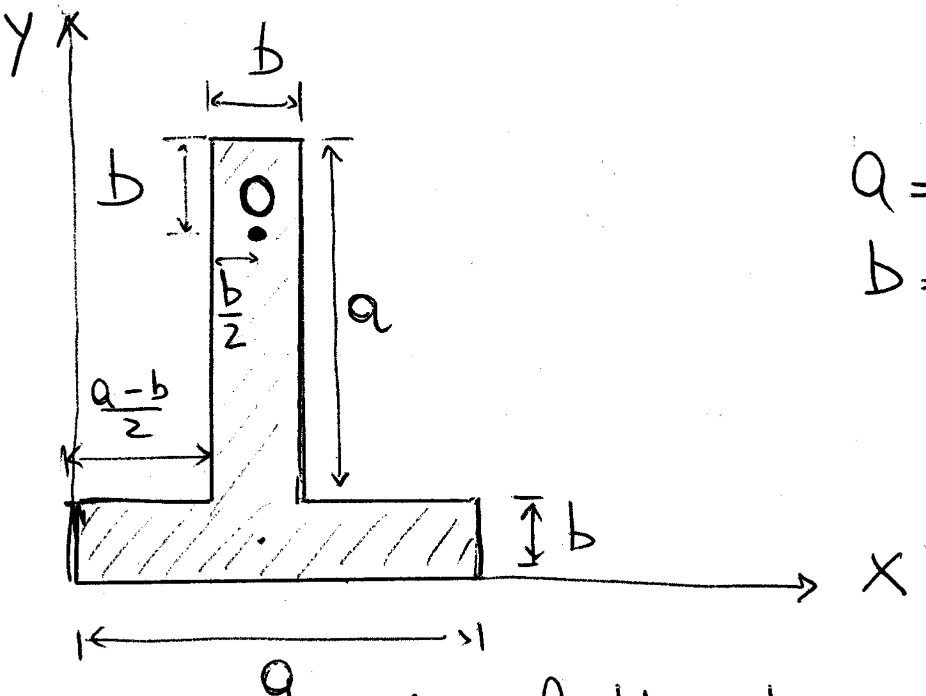
Två bilar kolliderar enligt figuren och fastnar i varandra. Efter krocken glider bilarna tillsammans. Beräkna var de stannar. Den kinetiska friktionskoefficientn är $\mu_k = 0.92$.





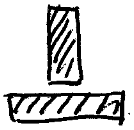
$$F + \frac{F}{2} = mg \Rightarrow F = \frac{2}{3} mg = 458\,N.$$

seat: $F/2 = 229\,N$



$a = 5\,cm$

$b = 1\,cm$



For each of the two pieces.

$X = a/2 \qquad Y = \frac{b}{2}$

and have the same mass.

$X = a/2 \qquad Y = b + a/2 \qquad M = \rho \cdot ab$

The center of mass of :

$$\begin{cases} \bar{X} = a/2 & \text{by symmetry.} \\ \bar{Y} = \dfrac{b/2 + b + a/2}{2} = \dfrac{3b + a}{4} = 2\,cm & \text{(M cancels out)} \end{cases}$$

The moment of inertia of each piece with respect to its center of mass is $\bar{\bar{I}} = \frac{M}{12}(a^2 + b^2)$

Total mom. of inertia around the center of mass of $\perp$:

$$I_G = \bar{I} + M\left(\frac{3b+a}{4} - \frac{b}{2}\right)^2 + \bar{I} + M\left(\frac{3b+a}{4} - \left(b+\frac{a}{2}\right)\right)^2$$

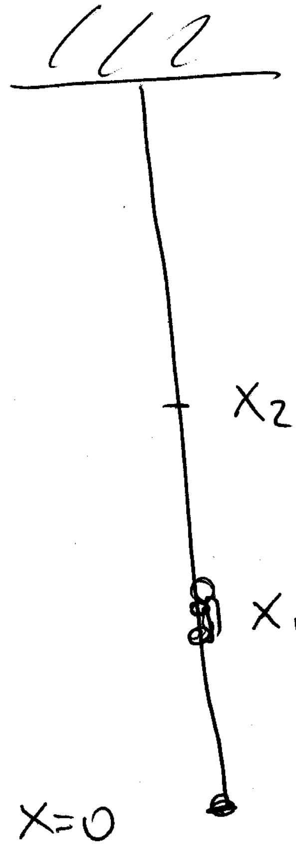
$$= \frac{M}{24}\left(7a^2 + 6ab + 7b^2\right)$$

NB : $\overline{OG} = \left|\frac{3b+a}{4} - a\right| = \frac{3}{4}(a-b) = 3\,\text{cm}.$

$$\therefore\ I_O = I_G + \underline{\underline{2M}}\left(\frac{3b+a}{4} - a\right)^2$$

$$= \frac{M}{12}\left(17a^2 + 17b^2 - 24ab\right) = 26{,}8 \cdot M \cdot \text{cm}^2$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_O}{Mg\cdot\overline{OG}}} = 0{,}60\ \text{s}.$$



x_2 (center of mass of the rope)

x_1 (position of the monkey).

$M = 8\,kg$

$m = 2.4\,kg$.

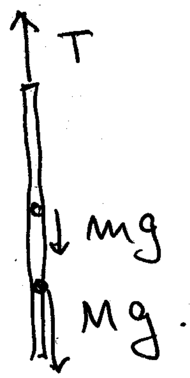
$\ddot{x}_2 = 0$.

$\ddot{x}_1 = a$

Monkey

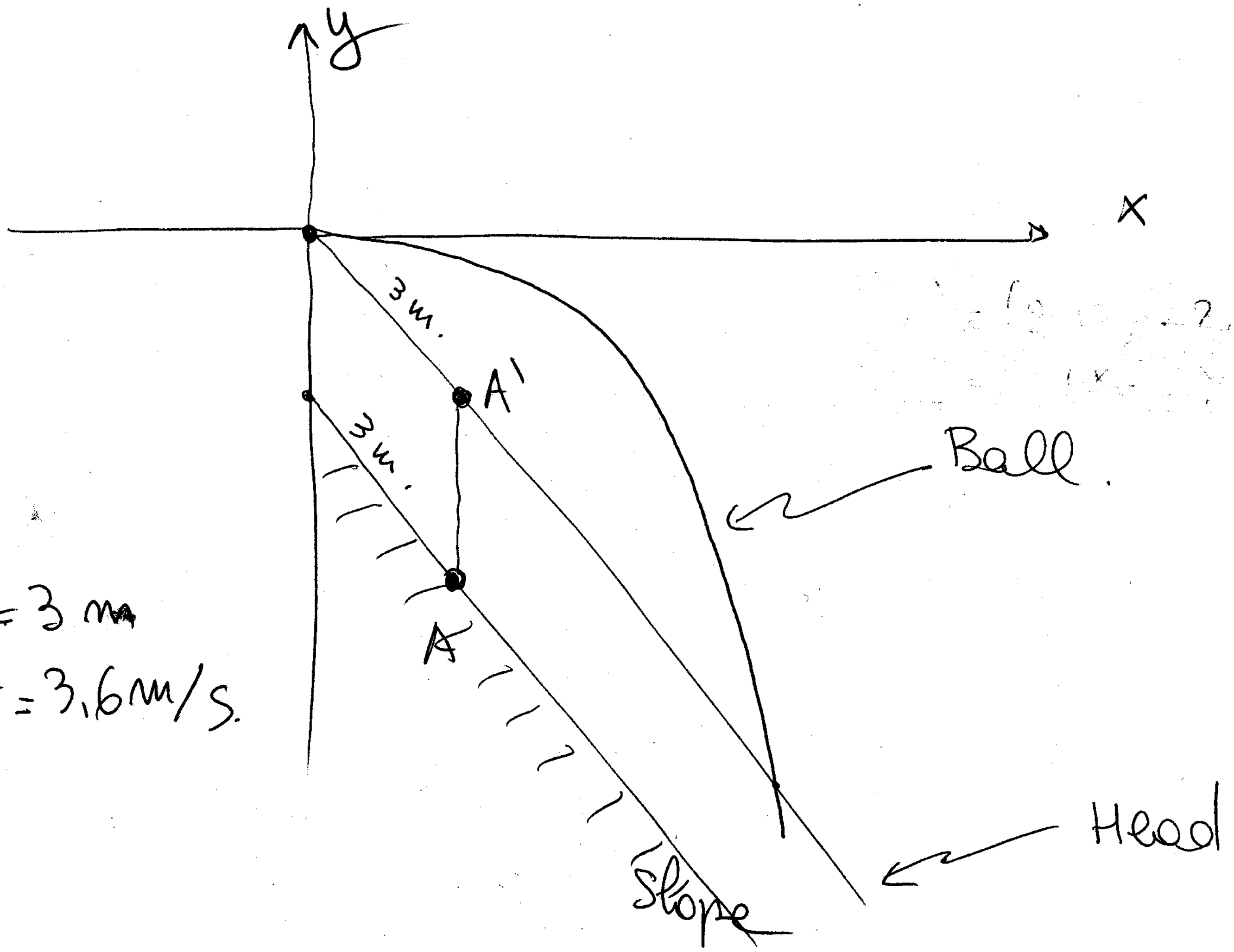
Total c.m.: $\bar{x} = \dfrac{M x_1 + m x_2}{M+m} \Rightarrow \bar{a} = \dfrac{M a}{M+m}$.

External forces:



$$T - mg - Mg = (M+m)\,\bar{a} = M a$$

$$T = mg + M(g+a) = \begin{cases} 112\,N \\ 102\,N \\ 76\,N. \end{cases}$$



$l = 3$ m

$v = 3{,}6$ m/s.

Ball: $x_1(t) = v_0 t \qquad y_1(t) = -\frac{1}{2} g t^2$.

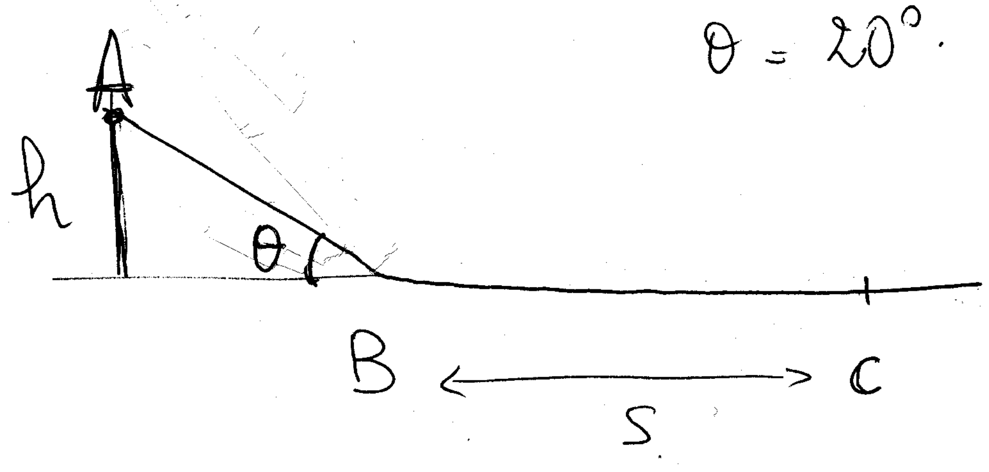
Head: $x_2(t) = \dfrac{l + vt}{\sqrt{2}} \qquad y_2(t) = -\dfrac{(l + vt)}{\sqrt{2}}$.

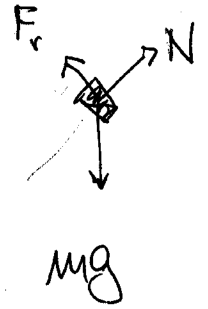
$$y_1 = y_2 \Rightarrow \frac{1}{2} g t^2 - \frac{v}{\sqrt{2}} t - \frac{l}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\Rightarrow t^* = \frac{v/\sqrt{2} \pm \sqrt{v^2/2 + 2gl/\sqrt{2}}}{g} = \left(\begin{array}{l}\text{accept} \\ \text{only } t>0\end{array}\right) 0{,}966\,\text{s}$$

$$x_1(t^*) = x_2(t^*) \Rightarrow v_0 = \frac{l + v t^*}{\sqrt{2}\, t^*} = 4.74 \frac{m}{s}$$

$h = 5\,m.$
$\theta = 20°.$





$$N = mg\cos\theta.$$
$$-F_r + mg\sin\theta = ma$$
$$F_r = \mu_k mg\cos\theta.$$

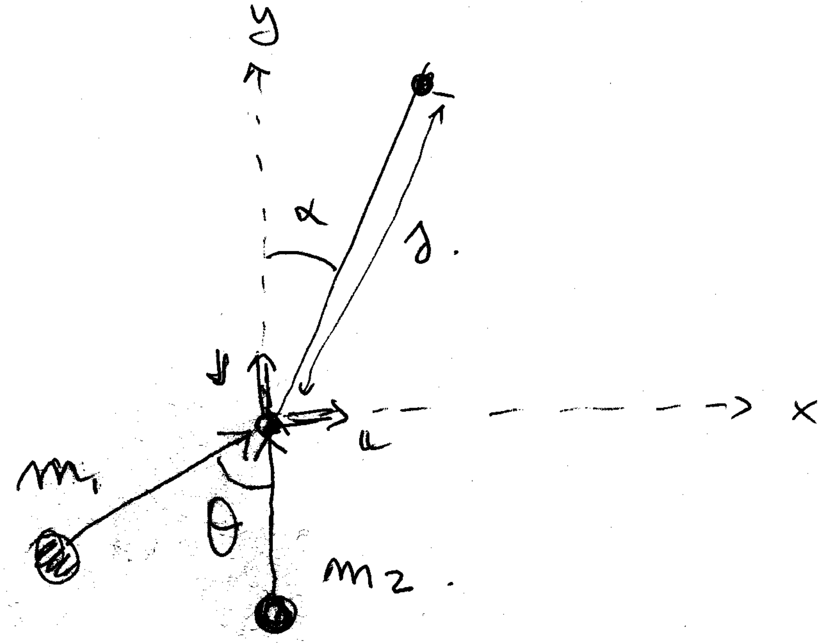
$$\Rightarrow a = g\,(\sin\theta - \mu_k\cos\theta) = 1.42\,m/s^2.$$

velocity at B: $v = \sqrt{2a\,\overline{AB}} = 6.44\,m/s.$

After B the friction is bigger:

$F_r' = \mu_k \cdot mg.$ $\quad \frac{1}{2}mv^2 = F_r' \cdot S \Rightarrow$

$$S = \frac{v^2}{2\mu_k \cdot g} = 10.1\,m.$$



$m_1 = 900$ kg

$m_2 = 1500$ kg

$v_1 = 27.8$ m/s

$v_2 = 13.9$ m/s

$\cos\theta = 0.5$

$$\mathbb{P}_1 = m_1 v_1 (\sin\theta\, u + \cos\theta\, y)$$

$$\mathbb{P}_2 = m_2 v_2\, y$$

$$\mathbb{P}_{TOT} = \mathbb{P}_1 + \mathbb{P}_2 \text{ (conserved) } = (m_1 + m_2) \cdot \mathbb{V}_{after}$$

Right after the crash the kinetic energy is:

$$T = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_{after}^2 = \frac{P_{TOT}^2}{2(m_1 + m_2)} =$$

$$= \frac{(m_1 v_1 \sin\theta)^2 + (m_1 v_1 \cos\theta + m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)} =$$

$$= \frac{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 + 2 m_1 m_2 v_1 v_2 \cos\theta}{2(m_1 + m_2)}.$$

$$= 330 \text{ kJ}.$$

The kinetic energy is dissipated in work done by the friction:

$$T = F_r \cdot s = \mu_k (m_1 + m_2) g \cdot s$$

$\Rightarrow s = 15,2$ m.

The angle is given by P_{TOT}:

$$\tan\alpha = \frac{P_{TOT\,x}}{P_{TOT\,y}} = \frac{m_1 v_1 \sin\theta}{m_1 v_1 \cos\theta + m_2 v_2} = 0,65$$

$$\alpha = 0,58 \cong 33°.$$

Note: $V_{after\,x} = 9,03$ m/s $\quad P_{x\,aft} = P_{x\,before} = 21672$ kgm/s

$V_{after\,y} = 13.9$ m/s $\quad P_{y\,aft} = P_{y\,before} = 33360$ kgm/s

$v_{after} = 16,6$ m/s.