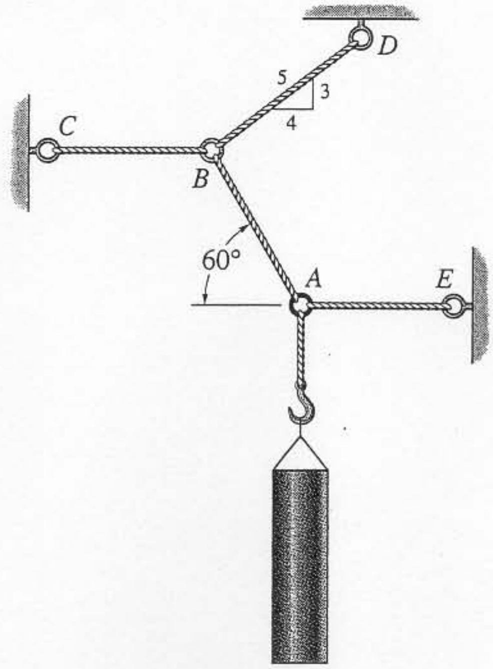
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

FFM332 - MEKANIK för Kf 2011-08-24
Examinator: Gabriele Ferretti tel. 7723168, 0762293068
Hjälpmedel: Valfri miniräknare, Physics handbook.

Tentamen innehåller 6 uppgifter. Varje tal ger max 6 poäng.

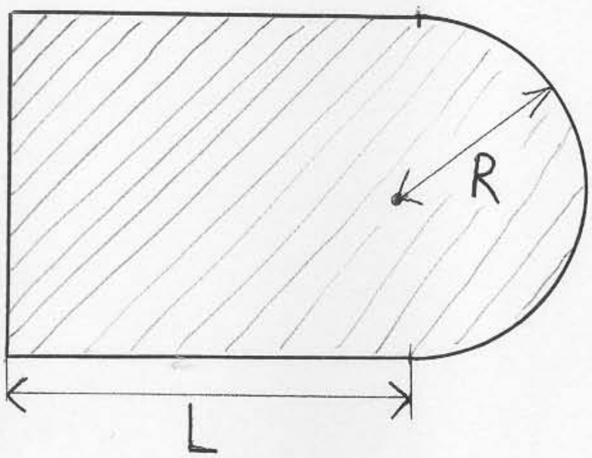
1.

Ett 40 kg metallrör hänger från ringen A enligt bilden. Beräkna spänningen i alla de fem olika repen.



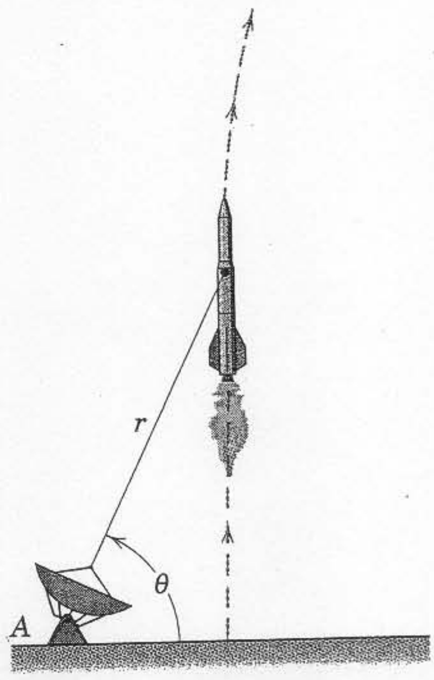
2.

Beräkna masscentrum och tröghetsmoment runt en axel genom masscentrum i rät vinkel mot figuren. Välj ett lämpligt koordinatsystem.



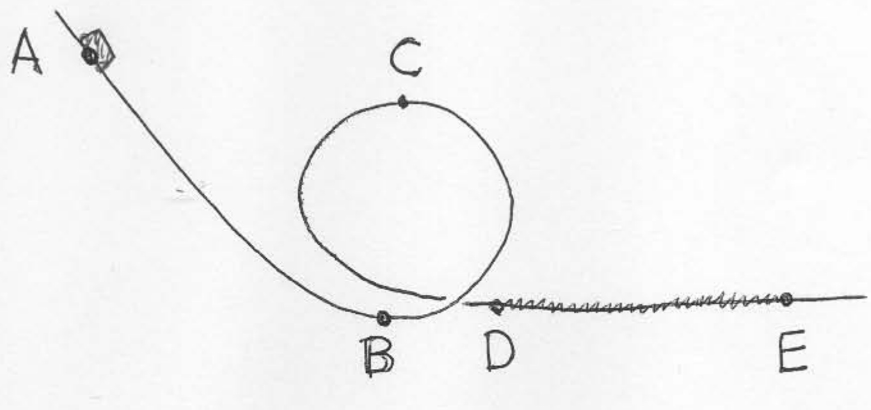
3.

En rymdfarkost följs av en radar enligt bilden. Efter en viss tid visar radarn följande värde: $r = 8km$, $\dot{r} = 400m/s$, $\dot{\theta} = 0$ och $\ddot{\theta} = -0.006\text{rad}/s^2$. Rita raketens läge och beräkna banans krökningsradie i den tidpunkten. (Ledtråd: Vad innebär $\dot{\theta} = 0$?)



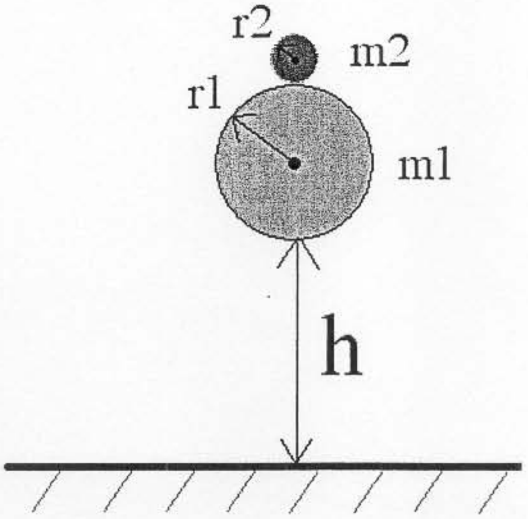
4.

Betrakta berg-och-dalbanan på bilden. Ett litet tåg släpps från A vid tiden t_A, når botten B vid t_B, C vid tiden t_C och D igen vid tiden t_D. Mellan D och E bromsar tåget med konstant acceleration tills den stannar i E vid tiden t_E. Rita ett kvalitativt diagram av hur tågets hastighet v och tågets acceleration a_t *längst banan* beror på tiden. (Inga räkningar behövs, men förklara hur du tänker.)



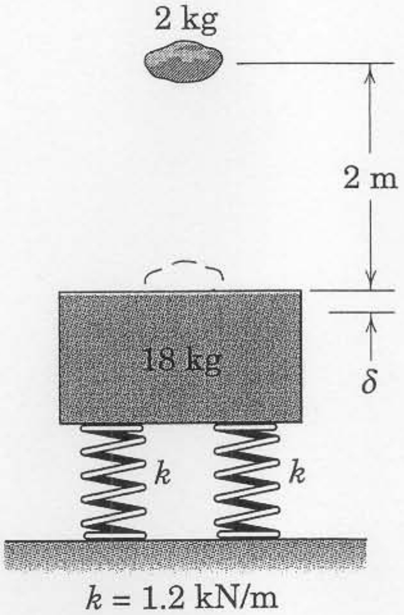
5.

Två studsbollar med massa m_1 och m_2 släpps från höjden h enligt bilden. De är nästan i kontakt med varandra när den första bollen träffar marken. Hur högt når bollen med massan m_2 efteråt? Betrakta alla kollisioner som elastiska.



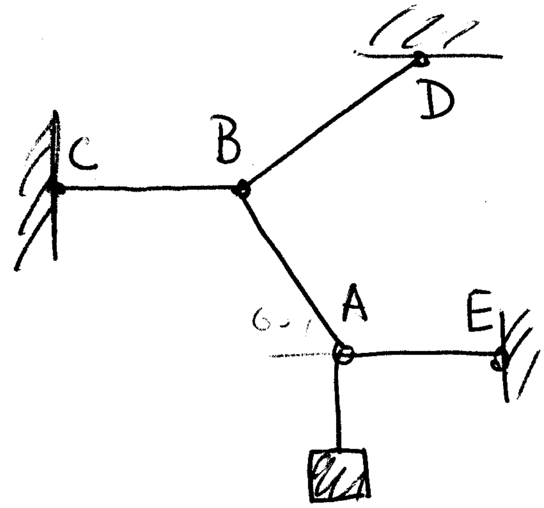
6.

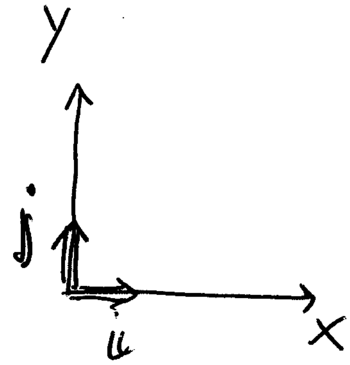
En $2kg$ kitt-klump släpps från $2m$ höjd på en $18kg$ kloss som är fäst på två fjädrar. Varje fjäder har en fjäderkonstant $k = 1.2kN/m$ och kan betraktas som masslös. Efter kollisionen fastnar klumpen på klossen. Beräkna hur mycket fjädrarna böjs p.g.a. kollisionen (avståndet δ på bilden).



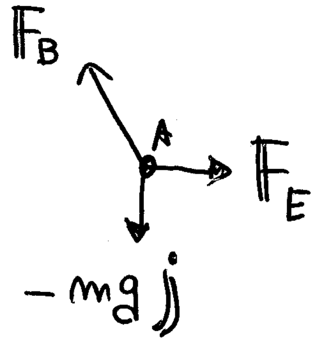
Lycka till! Gabriela

1





At A:



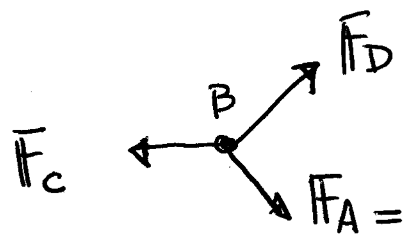
$$\mathbb{F}_B + \mathbb{F}_E - mg\,\mathbf{j} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} F_E - \frac{1}{2} F_B = 0 & (x\text{-comp}) \\ \frac{\sqrt{3}}{2} F_B - mg = 0 & (y\text{-comp.}) \end{cases}$$

$mg = 392\,N$ $\quad F_B = 453\,N$ $\quad F_E = 227\,N.$

At B

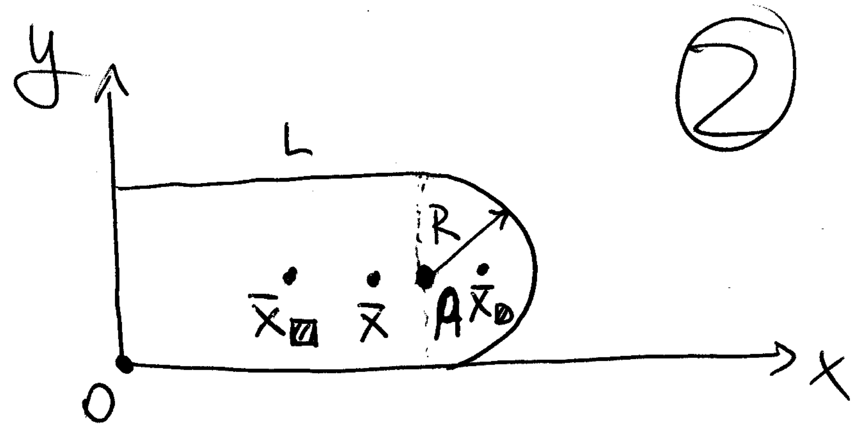


$\mathbb{F}_A = -\mathbb{F}_B$ (Newtons III) $(F_A = F_B)$

$$\mathbb{F}_C + \mathbb{F}_D + \mathbb{F}_A = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \frac{4}{5} F_D + \frac{1}{2} F_A - F_C = 0 \\ \frac{3}{5} F_D - \frac{\sqrt{3}}{2} F_A = 0. \end{cases}$$

$F_A = 453\,N$ $\quad F_D = 653\,N$ $\quad F_C = 749\,N.$

2



$M_{\blacksquare} = 2RL \qquad \bar{X}_{\blacksquare} = L/2 \qquad \bar{Y}_{\blacksquare} = R.$

$M_{D} = \frac{\pi}{2}R^2 \qquad \bar{X}_{D} = L + \frac{4R}{3\pi} \qquad \bar{Y}_{D} = R.$

C.M. of the full figure:

$$\bar{X} = \frac{2RL \cdot L/2 + \frac{\pi R^2}{2}\left(L + \frac{4R}{3\pi}\right)}{2RL + \frac{\pi}{2}R^2} \qquad \bar{Y} = R \quad \text{(by symmetry)}$$

$$I_{\blacksquare}^{(A)} = \frac{2}{3}LR(R^2+L^2) \qquad I_{D}^{(A)} = \frac{\pi R^2}{4} \qquad \text{Both around } \underline{\underline{A}}.$$

Use // axis th. TWICE. First to relate $I^{(A)}$ to the I w.r.t. the c.m. of the part

$$I_{\blacksquare}^{(CM)} = I_{\blacksquare}^{(A)} - 2RL\left(L - L/2\right)^2$$

$$I_{D}^{(CM)} = I_{D}^{(A)} - \frac{\pi R^2}{2}\left(L - \left(L + \frac{4R}{3\pi}\right)\right)^2$$

Then to get the total mom. of inertia around the tot. C.M.

$$I = I_{\blacksquare}^{(CM)} + 2RL\left(\frac{L}{2} - \bar{X}\right)^2 + I_{D}^{(CM)} + \frac{\pi R^2}{2}\left(L + \frac{4R}{3\pi} - \bar{X}\right)^2$$

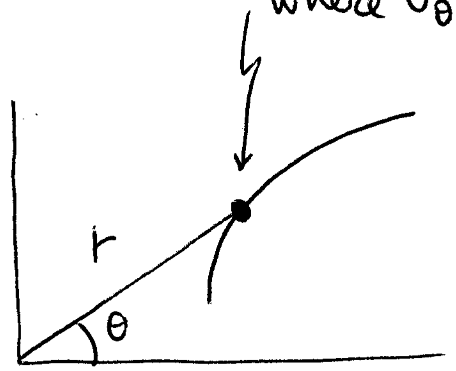
3

Since $\dot{\theta} = 0$: $v_r = \dot{r}$ and;

$v_\theta = 0$

$a_r = \ddot{r}$

$a_\theta = r\ddot{\theta}$

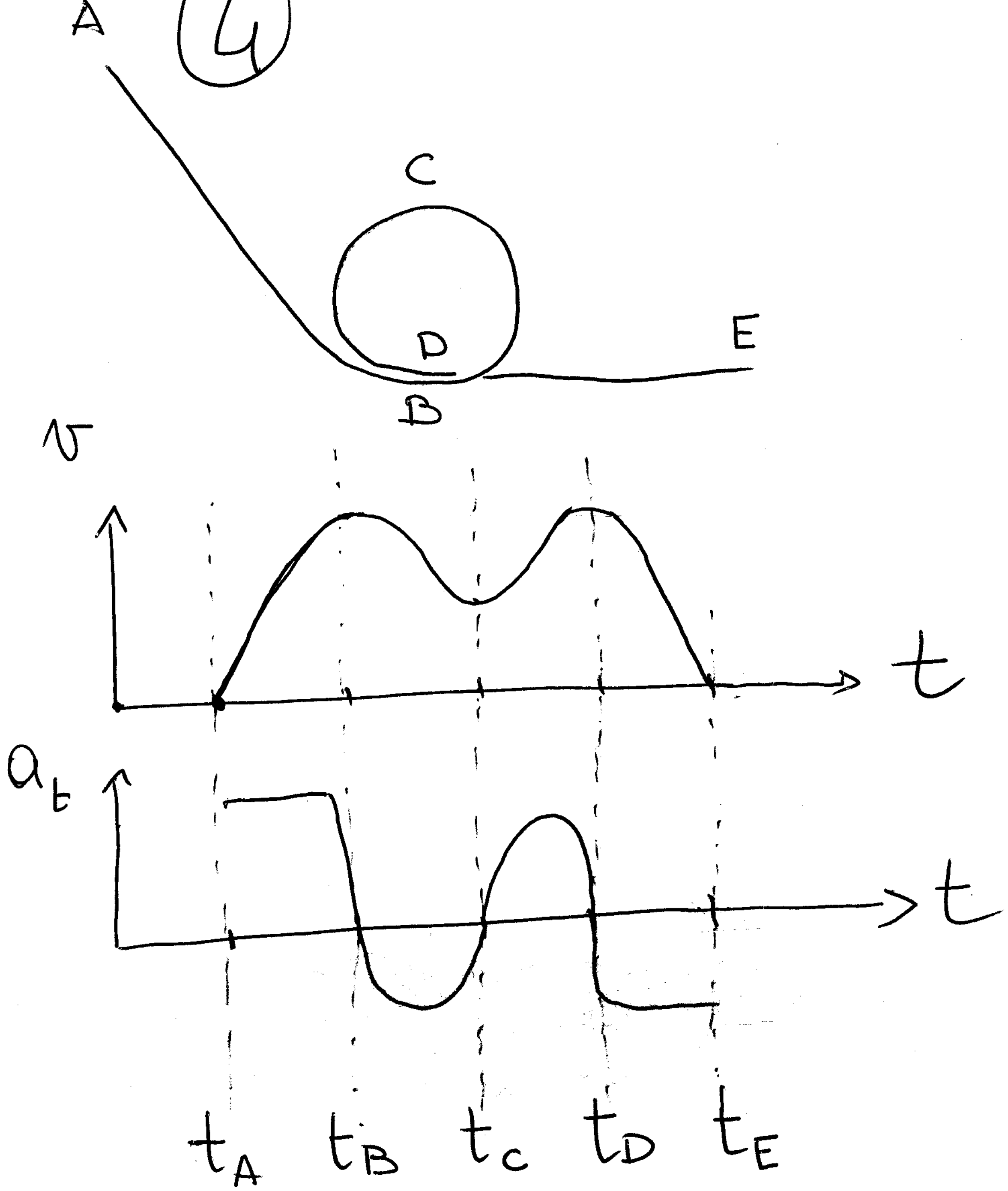


In this case $v \equiv v_r$

$a_n \equiv a_\theta$:

$$\left|\frac{v_r^2}{\rho}\right| = |r\ddot{\theta}| \Rightarrow \rho = \frac{v_r^2}{|r\ddot{\theta}|} = 3{,}3 \text{ km}.$$

4



(5) The velocity of both balls when they hit the ground: $v = -\sqrt{2gh}$

(NB the radius does not matter).

The big ball bounces up w/ vel. $= +v$ and hits the small one.

Before After

Using cons. of ENERGY: $\frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 =$

$$= \frac{1}{2} m_1 V^2 + \frac{1}{2} m_2 v'^2$$

and MOMENTUM: $m_1 v - m_2 v = m_1 V + m_2 v'$

gives $v' = \frac{3m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v$.

The small ball reaches a height:

$$h' = \frac{1}{2g} v'^2 = \left(\frac{3m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 \cdot h$$

over the pt. where the collision occoured ($2r_1$ from the ground).

1

Velocity of putty at impact: $v = \sqrt{2gh}$.
Cons. of momentum gives the velocity of putty + block $\quad mv = (m+M)v' \Rightarrow v' = \frac{m}{m+M} v$

$m = 2\,kg \quad M = 18\,kg.$

Kinetic energy after collision. $T = \frac{1}{2}(m+M)v'^2 = \frac{m^2 g h}{m+M}$.

"Goes into" potential energy

Gravitational: $U_g = -(m+M) g \delta$

Elastic: $U_e = +\frac{1}{2} k' \left((\delta_0 + \delta)^2 - \delta_0^2 \right)$

where $\delta_0 = \frac{Mg}{k'}$ is the initial displacem[ent]

and $k' = 2k$.

Numerically: $T = 3.92\ J$,
$k' = 2.4\ kN/m$
$\delta_0 = 0.0736\ m$

$T = U_g + U_e \Rightarrow \delta = 65.9\ mm$.