

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

FFM332 - MEKANIK för Kf 2012-01-09

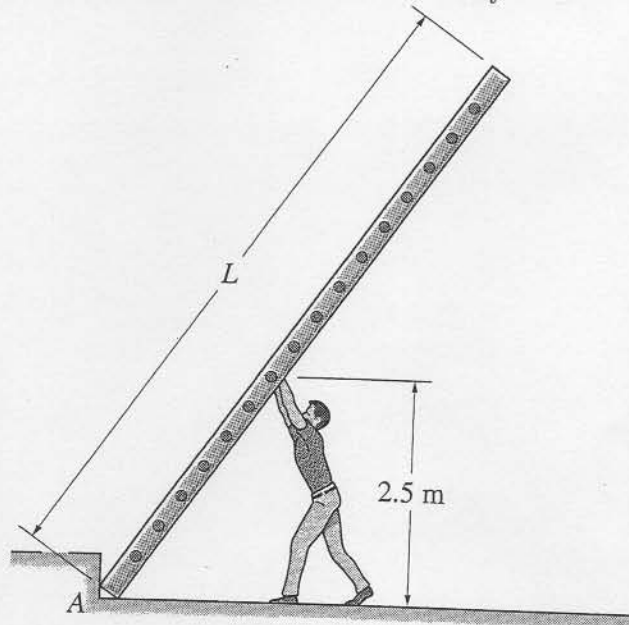
Examinator: Gabriele Ferretti tel. 7723168, 0762293068 ferretti@chalmers.se

Granskningstillfälle: 2012-02-17 eller 2012-02-24 kl 15:00-16:00 i mitt rum (Origo 6109). Hjälpmedel: Valfri miniräknare, Physics handbook.

Tentamen innehåller 6 uppgifter. Varje tal ger max 6 poäng.

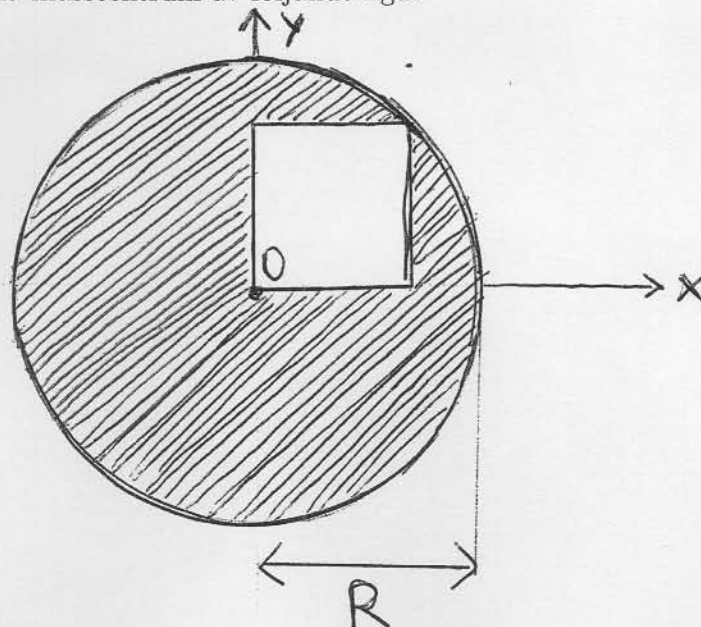
1.

En stege är placerad mot ett friktionslöst steg A enligt bilden. En man lyfter långsamt stegen. Mannen uträttar en kraft som är alltid i rät vinkel mot steget och alltid 2.5 m från marken. Rita stegens frikroppsdiagram. Hur lång kan steget vara för att den ska inte halka medan mannen lyfter den?



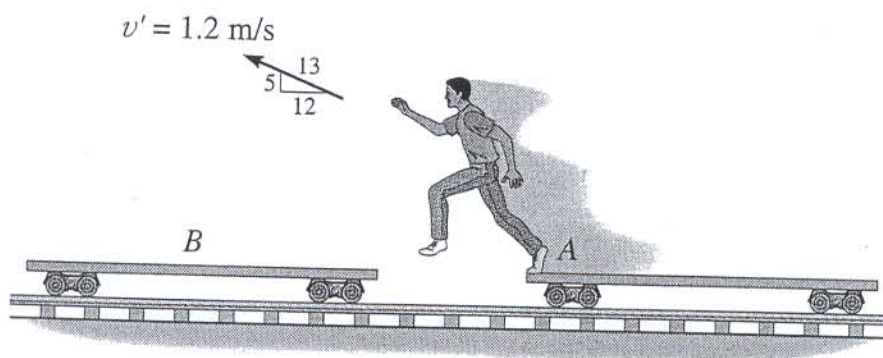
2.

Beräkna masscentrum av följande figur



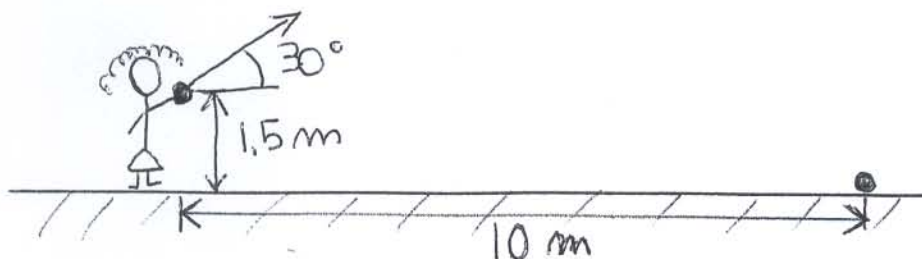
3.

En pojke hoppar från vagn A till B med hastigheten v' relativt till A enligt bilden. (Vagnarna står stilla innan pojken hoppar.) Beräkna hastigheten av vagn A och B efter pojken har landat på B. Pojkens massan är 50 kg och vagnarna har en massa av 40 kg var. Försumma friktionskraften mellan vagnar och spåret.



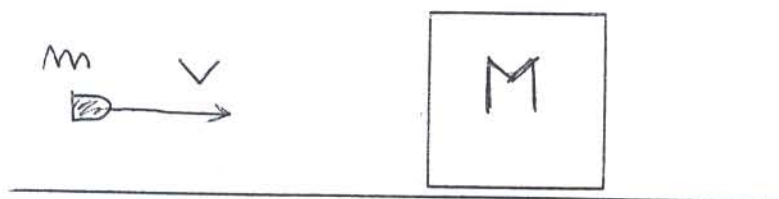
4.

En boll kastas med 30° vinkel relativt horisontalplanet från en höjd av 1.5 m. Den landar på marken 10 m bort. Rita, *mycket detaljerat*, bollens fart $|\mathbf{v}(t)|$ under tiden mellan kastet och landning. Försumma luftfriktionen.



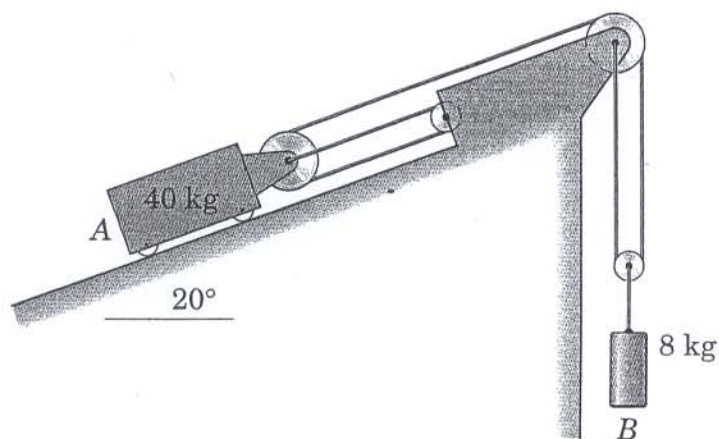
5.

En tråkloss med massa $M = 1 \text{ kg}$ vilar på ett friktionsfritt bord. En kula med massa $m = 10 \text{ g}$ som rör sig med hastigheten v parallellt med bordet träffar klossen och bäddas in i den. ($v = 900 \text{ m/s}$). Är den totala rörelsemängden bevarad? Om inte, hur mycket förloras i kollisionen? Är den totala kinetiska energin bevarad? Om inte, hur mycket förloras i kollisionen i %? Hur snabbt rör sig klossen efter träffen?



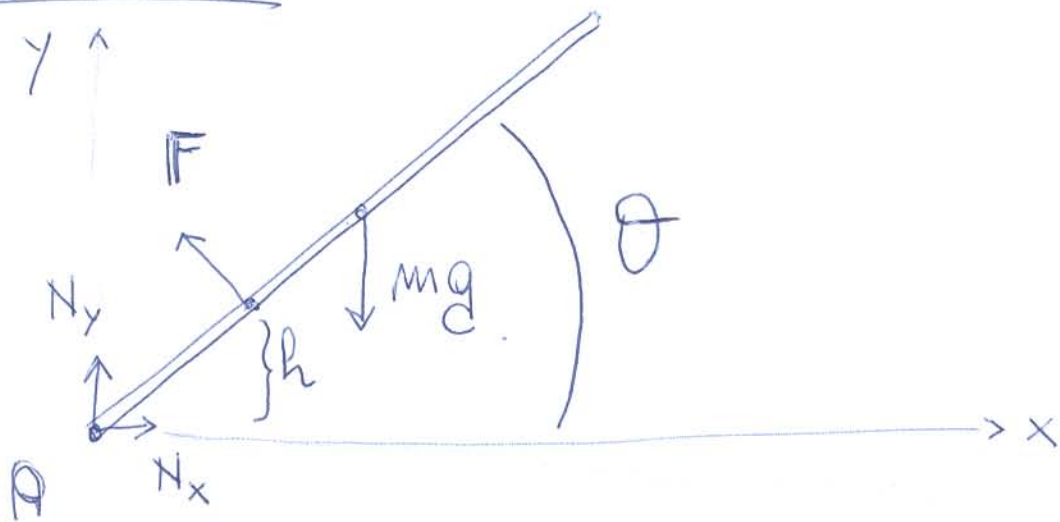
6.

När systemet i bilden släpps från vila, kommer massan B att röra sig uppåt eller nedåt? Beräkna hastigheten av båda massorna efter massan B har rört sig 1 m. Försumma friktionen och alla andra massor.



Lycka till!
Göln

Problem 1



Let θ be the angle with x axis.

$$M_A = 0 \Rightarrow F \frac{h}{\sin \theta} = mg \frac{L}{2} \cos \theta$$

$$\Rightarrow F = \frac{mgL}{2h} \sin \theta \cos \theta$$

$$R_{\text{Tot}} = 0 \Rightarrow N_y - mg + F \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow N_y = mg \left(1 - \frac{L}{2h} \sin \theta \cos^2 \theta \right)$$

$$\text{Needs } N_y \geq 0 \quad \forall \theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

$$\text{Let } z = \sin \theta \quad (z \in [0, 1])$$

$$N_y = mg \left(1 - \frac{L}{2h} (z - z^3) \right)$$

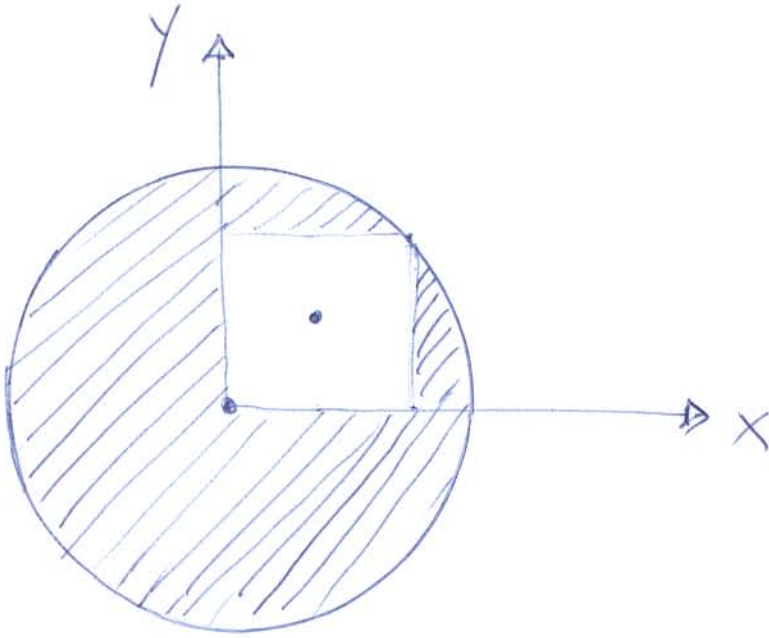
has a min. for $z = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow N_{y|_{\min}} &= mg \left(1 - \frac{L}{2h} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^3 \right) \right) = \\ &= mg \left(1 - \frac{L}{\sqrt{3} \cdot 3 h} \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow L < \sqrt{3} \cdot 3 h = \sqrt{3} \cdot 3 \cdot 2,5 \text{ m} = 13 \text{ m.}$$

Problem 2

3



$$\bar{X}_{\text{circle}} = \bar{Y}_{\text{circle}} = 0 \quad A_{\text{circle}} = \pi R^2$$

$$\bar{X}_{\text{square}} = \bar{Y}_{\text{square}} = \frac{R}{2\sqrt{2}} \quad A_{\text{square}} = \frac{R^2}{2}$$

$$\Rightarrow \bar{X} = \frac{X_{\text{circle}} A_{\text{circle}} - X_{\text{square}} A_{\text{square}}}{A_{\text{circle}} - A_{\text{square}}} = \frac{-\frac{R}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{R^2}{2}}{\pi R^2 - \frac{R^2}{2}} = -\frac{R/4\sqrt{2}}{\pi - 1/2}$$

same for \bar{y} .

Problem 3

$$v'_x = -12 \text{ m/s} \times \frac{12}{13} = -1.1 \text{ m/s}.$$

$$M = 50 \text{ kg} \quad m_A = m_B = m = 40 \text{ kg}.$$

$$\text{Mom. cons. @ A: } Mv + m v_A = 0$$

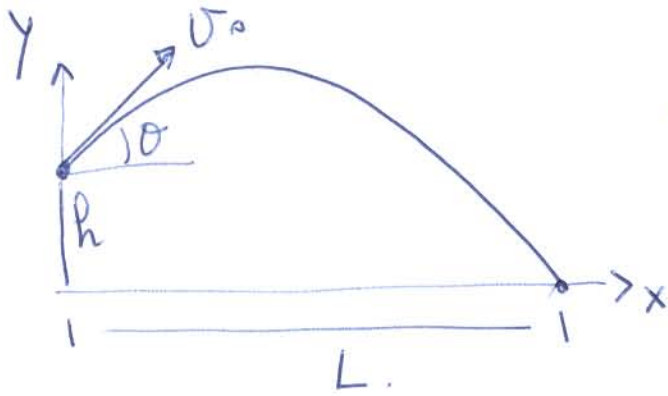
$$\text{with: } v = v_A + v'_x \quad (\text{NB } v'_x < 0).$$

$$\Rightarrow v_A = -\frac{M v'_x}{M+m} = 0.61 \text{ m/s} \quad (> 0).$$

$$\text{Mom cons @ B: } Mv = (M+m)v_B$$

$$\Rightarrow v_B = +\frac{M}{M+m} v = -\frac{m v_A}{M+m} = -0.27 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (< 0).$$

Problem 4



$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \theta t \\ y(t) = h + v_0 \sin \theta t - \frac{g}{2} t^2 \end{cases}$$

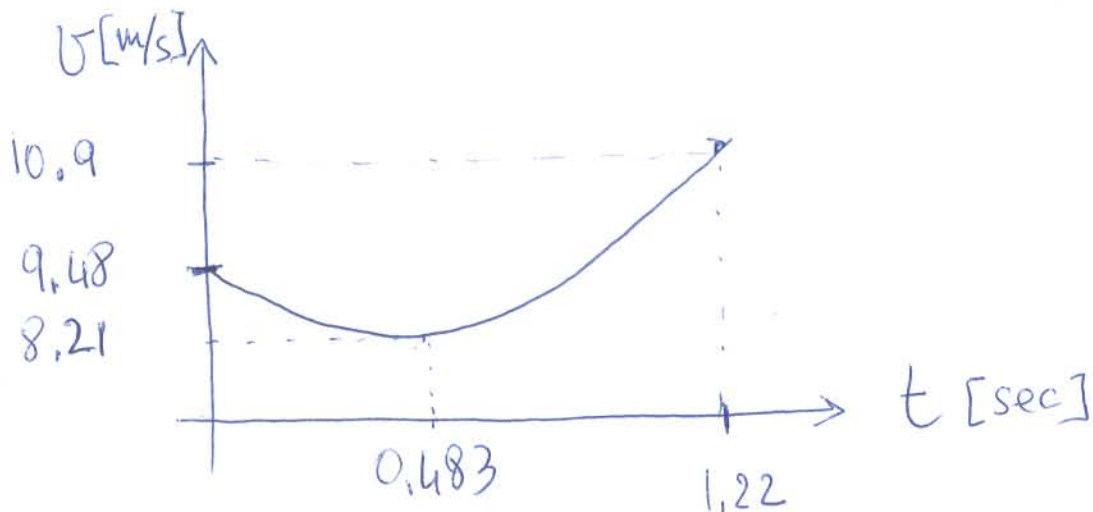
$$\Rightarrow y(x) = h + \tan \theta x - \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \theta}$$

$$0 = h + \tan \theta L - \frac{g}{2} \frac{L^2}{v_0^2 \cos^2 \theta}$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{L}{\cos \theta} \sqrt{\frac{g}{2(h + \tan \theta L)}} = 9,48 \text{ m/s.}$$

$$L = v_0 \cos \theta T \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2(h + \tan \theta L)}{g}} = 1,22 \text{ s.}$$

$$v(t) = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{v_0^2 - 2g v_0 \sin \theta t + g^2 t^2}$$



Problem 5

The total momentum is conserved:

$$m v = (m+M) v'$$

$$\Rightarrow v' = \frac{m}{m+M} v = 8,91 \text{ m/s. after collision}$$

The total kinetic energy is NOT conserved

$$\frac{T_i - T_f}{T_i} = \frac{\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} (m+M) v'^2}{\frac{1}{2} m v^2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} (m+M) \cdot \frac{m^2 v^2}{(m+M)^2}}{\frac{1}{2} m v^2} = 1 - \frac{m}{m+M}$$

$$= 1 - \frac{10}{1010} = 0,99 = 99\%$$

PROBLEM 6

If B moves $h=1$ m up/down, A moves $\frac{2}{3}$ m along the surface left/right.

$$\Delta U = -g M_B \cdot h + g M_A \cdot \frac{2}{3} h \cdot \sin 20^\circ = +10.99 \text{ J.}$$

B moves UP.

$$v_A = \frac{2}{3} v_B.$$

Conservation of energy:

$$\frac{1}{2} M_B v_B^2 + \frac{1}{2} M_A v_A^2 = 10.99 \text{ J.}$$

$$\frac{1}{2} \left(M_B + \frac{4}{9} M_A \right) v_B^2 = 10.99 \text{ J.}$$

$$\Rightarrow v_B = 0.923 \text{ m/s}$$

$$v_A = 0.616 \text{ m/s}$$