

# CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

FFM332 - MEKANIK för Kf 2012-05-25

Examinator: Gabriele Ferretti

rum: Origo 6109

tel. 7723168, 0762293068

email: ferretti@chalmers.se

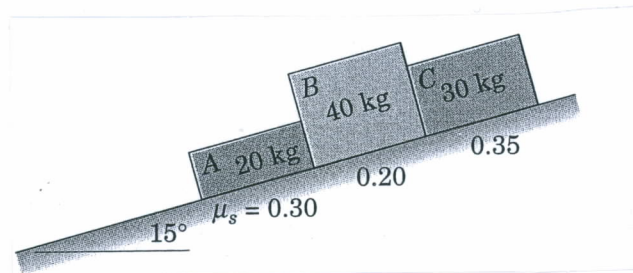
Nästa granskningstillfälle: 2012-06-19 Kl.14:00 i mitt rum.

Hjälpmedel: Valfri miniräknare, Physics handbook.

Tentamen innehåller 6 uppgifter. Varje tal ger max 6 poäng.

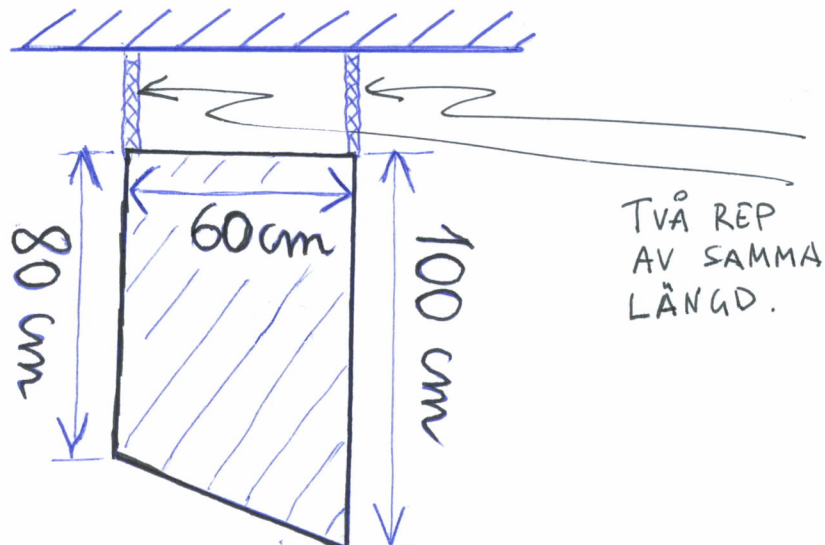
## 1.

Tre lådor A, B och C placeras på ett lutande plan ( $15^\circ$  vinkeln mot marken). De statiska friktionskoefficienterna mellan lådorna och planet är  $\mu_A = 0.30$ ,  $\mu_B = 0.20$  och  $\mu_C = 0.35$ . Lådorna väger  $m_A = 20$  kg,  $m_B = 40$  kg och  $m_C = 30$  kg. Vad händer när lådorna släpps?



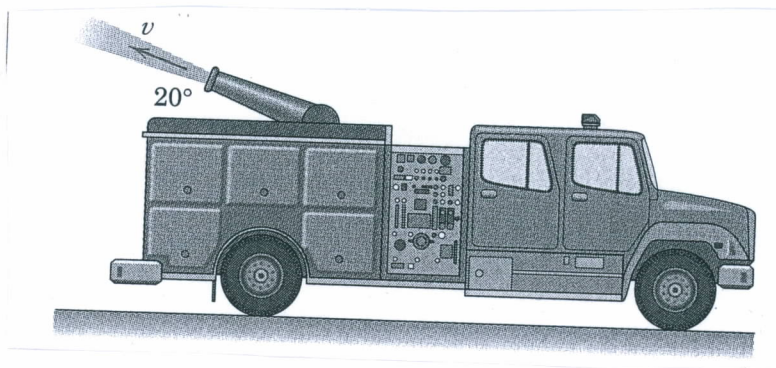
## 2.

Giljotin i bilden är 0.5 cm tjock och hänger från taket med två rep av försumbar massa. Beräkna spänningen i båda repen. Stålets densitet är  $7850$  kg/m<sup>3</sup>.



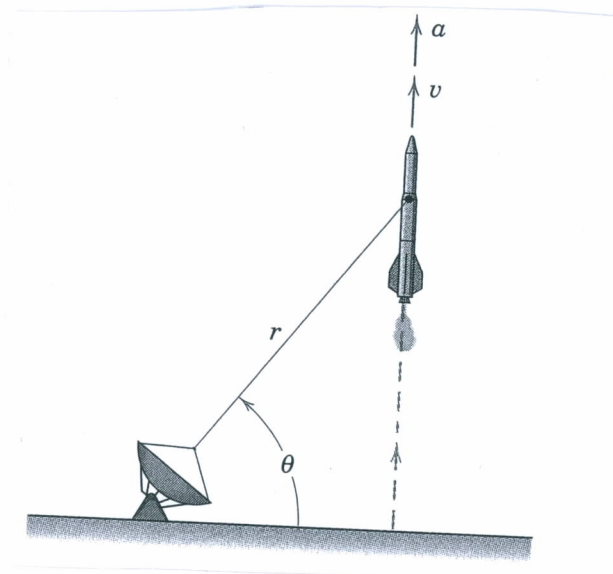
3.

Brandbilen i bilden har en vattenkanon som levererar  $5 \text{ m}^3$  vatten per minut genom en  $50 \text{ mm}$ -diameter cirkulär öppning. Beräkna den totala friktionskraften mellan bildäcken och gatan. (Brandbilen står stilla.)



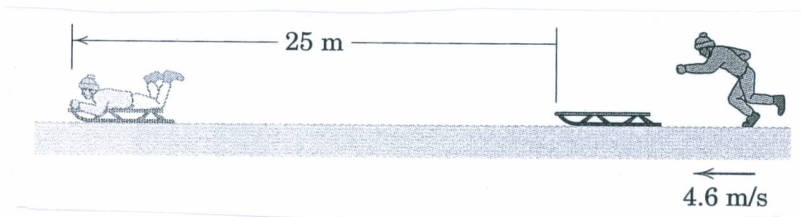
4.

En raket skjuts upp längs en rak vertikal bana. Efter en viss tid mäter en radar följande värden:  $\theta = 0.91 \text{ rad}$ ,  $\dot{\theta} = 0.031 \text{ rad/s}$ ,  $r = 8200 \text{ m}$  och  $\dot{r} = 26 \text{ m/s}^2$ . Anta att accelerationen är konstant och banan fortsätter att vara vertikal. Hur lång tid efter mätningen tar det innan raketen når höjden  $10 \text{ km}$ ?



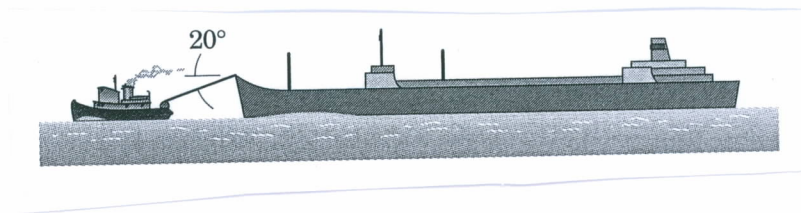
5.

En pojke springer med en horisontell hastighet 4.6 m/s och hoppar på en pulka. (Pojkens massa är 45 kg och pulkans massa är 10 kg.) Pulkan och pojken glider på snön på horisontell mark och kommer i vila efter 25 m. Beräkna den kinetiska friktionskoefficienten mellan pulkan och snön.



6.

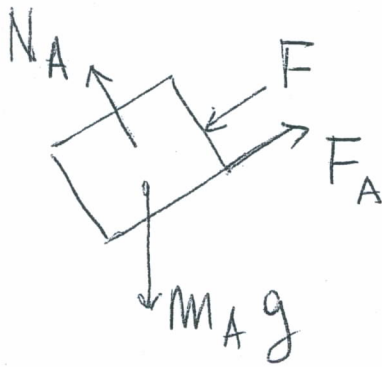
En oljetanker med massa  $M = 1.5 \times 10^8$  kg befinner sig i vila på vattnet när en bogserbåt börjar dra i den enligt bilden. Spänningen på kabeln är  $T = 2.0 \times 10^5$  N. Hur lång tid tar den för att oljetankern nå hastigheten  $v = 0.6$  m/s? Efter att tankern har nått denna hastighet kopplas kabeln bort och tankern fortsätter. Rita ett diagram som visar hur hastigheten och accelerationen beror på tiden. Försumma all friktion.



① First of all:  $\tan(15^\circ) = 0,268$  and thus  
 A and C by themselves would not  
 slide whether B would  
 ( $\mu_B < 0,268 < \mu_A, \mu_C$ ).

So the issue is if A can "hold"  
 B up.

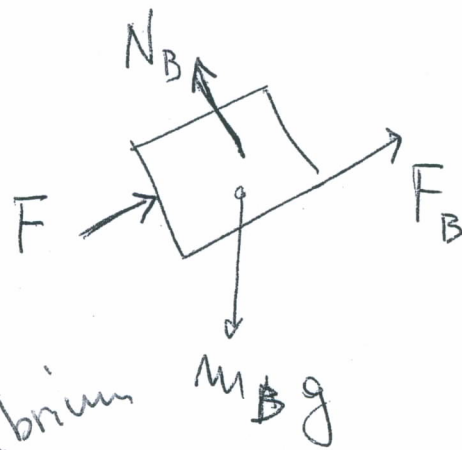
Free A



$$m_A g \cos \theta = N_A$$

$$m_A g \sin \theta + F - F_A = 0$$

Free B



$$m_B g \cos \theta = N_B$$

$$m_B g \sin \theta - F - F_B = 0$$

IF in equilibrium      IF in equilibrium

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$(m_A + m_B) g \sin \theta = F_A + F_B$$

Impending motion on A & B:

$$F_A + F_B = \mu_A N_A + \mu_B N_B = (\mu_A m_A + \mu_B m_B) g \cos \theta$$

But note:  $(m_A + m_B) \sin \theta = 15.5 \text{ kg}$

$$(\mu_A m_A + \mu_B m_B) \cos \theta = 13.5 \text{ kg}$$

(where ) simplified  $g$  on both sides).

Thus one of the two forces  $F_A$  or  $F_B$  must be larger and the system slips = \_\_\_\_\_

If needed :  $a = g \frac{(\mu_A + \mu_B) \sin \theta - (\mu_A m_A + \mu_B m_B) \cos \theta}{m_A + m_B}$   
or wanted

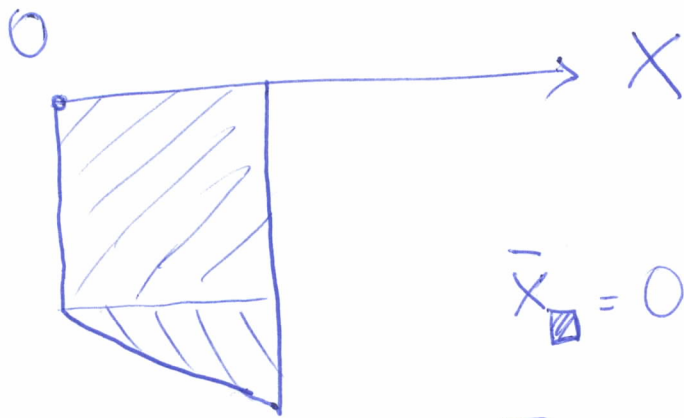
$$= 0.33 \text{ m/s}^2$$

$$F = 12.6 \text{ N}$$

From  $\left\{ \begin{array}{l} m_A g \sin \theta + F - \mu_A m_A g \cos \theta = m_A a \\ m_B g \sin \theta - F - \mu_B m_B g \cos \theta = m_B a \end{array} \right.$

assuming  $\mu_{\text{kin}} = \mu_{\text{static}}$ .

2) First we find the position of the C.M.  
(horizontal axis only).

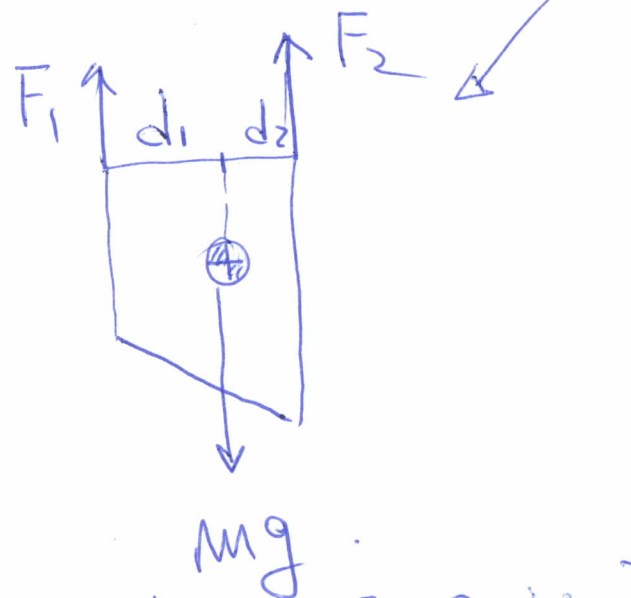


$$\bar{x}_{\square} = 0.3 \text{ m} \quad A_{\square} = 0.48 \text{ m}^2$$

$$\bar{x}_{\triangle} = 0.4 \text{ m} \quad A_{\triangle} = 0.06 \text{ m}^2$$

$$\bar{x}_{\square\triangle} = \frac{\bar{x}_{\square} \cdot A_{\square} + \bar{x}_{\triangle} \cdot A_{\triangle}}{A_{\square} + A_{\triangle}} = 0.311 \text{ m} = d_1$$

Free body diagram:

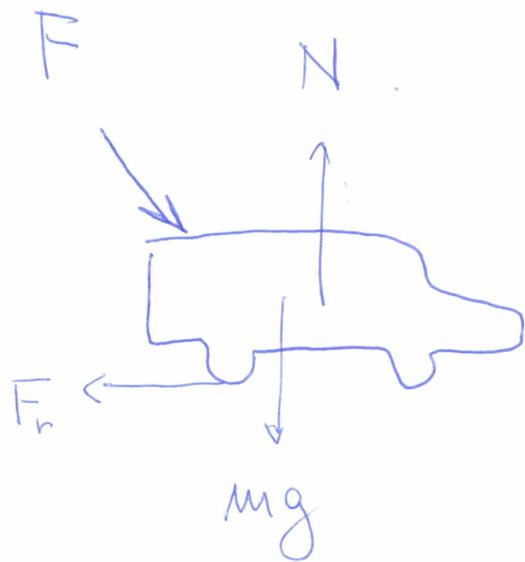


$$\left. \begin{array}{l} F_1 + F_2 = Mg \\ F_1 d_1 = F_2 d_2 \end{array} \right\} *$$

$$(\text{Total mass} = 0.54 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 7853 \text{ kg} = 21.2 \text{ Kg})$$

$$* \Rightarrow F_1 = \frac{d_2 Mg}{d_1 + d_2} = 100 \text{ N}; F_2 = \frac{d_1 Mg}{d_1 + d_2} = 108 \text{ N}$$

3



Rate

$$V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{5 \text{ m}^3}{\text{min}} = 0.0833 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} v$$

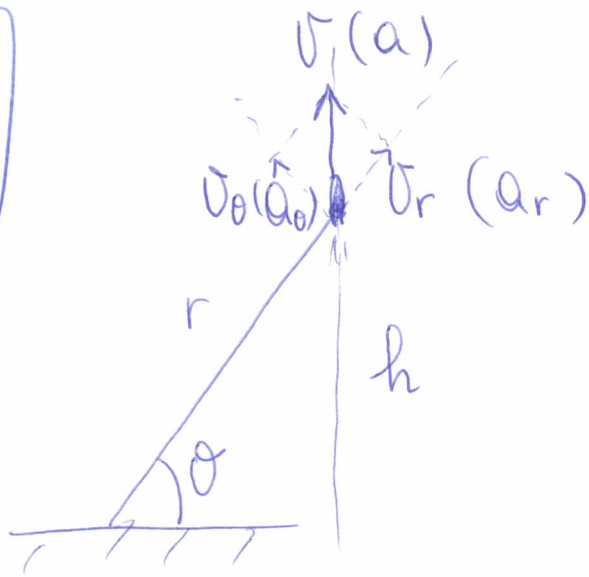
where  $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \frac{\Delta V}{\Delta t}$ ,  $A v = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

$$A = \pi \frac{d^2}{4} = 0.00196 \text{ m}^2 \quad (v = 42.6 \text{ m/s})$$

$$\Rightarrow F = \rho \left( \frac{\Delta V}{\Delta t} \right)^2 \cdot \frac{1}{A} = 3543 \text{ N}$$

$$F_r = F \cdot \cos 20^\circ = 3329 \text{ N}$$

4



$$(h = r \sin \theta = 6474 \text{ m})$$

$$v_\theta = v \cos \theta = r \dot{\theta} \Rightarrow v = \frac{r \dot{\theta}}{\cos \theta} = 414.1 \text{ m/s}$$

$$a_r = a \sin \theta = \ddot{r} - r \dot{\theta}^2 \Rightarrow a = \frac{\ddot{r} - r \dot{\theta}^2}{\sin \theta} = 22.95 \text{ m/s}^2$$

The motion is uniformly accelerated along the vertical direction.

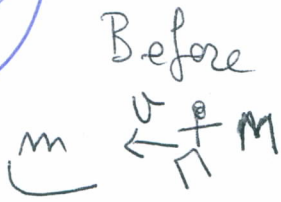
$$y = h + vt + \frac{1}{2} at^2$$

$$\Rightarrow t = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2a(y-h)}}{a}$$

setting  $y = 10000 \text{ m}$  gives  $t = 7.11 \text{ s}$ .



5



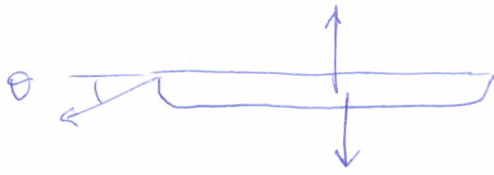
$$Mv = (M+m)v' \quad \text{Cons. of momentum}$$

All kinetic energy goes to friction work:

$$\frac{1}{2} (M+m)v'^2 = \mu (M+m)gs$$

$$\mu = \frac{1}{2gs} \left( \frac{M}{M+m} \right)^2 v^2 = 0.029$$

6



$$Ma = F \cos \theta \Rightarrow a = \frac{F \cos \theta}{M} = 1,253 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = at \Rightarrow t = \frac{v}{a} = 480 \text{ s.}$$

