CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

FFM332 - MEKANIK för Kf 2013-01-14

Examinator: Gabriele Ferretti rum: Origo 6109
tel. 7723168, 0762293068 email: `ferretti@chalmers.se`

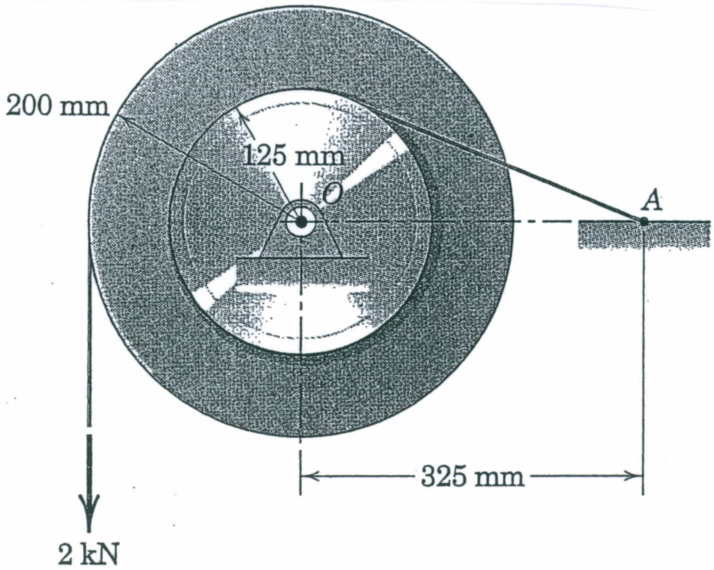
OBS: Nästa granskningstillfälle: 2013-01-31 Kl.17:00 i mitt rum.
Om ni kommer, måste ni hämta först tentorna hos F-kansliet i Origo 4:e vån. (Öppettider mån, ons, fre 9:00-11:00).

Hjälpmedel: Valfri miniräknare, Physics handbook.

Tentamen innehåller 6 uppgifter. Varje tal ger max 6 poäng.

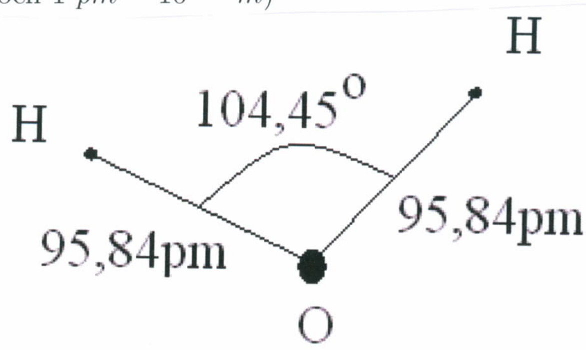
1.

Systemet nedan består av två ihopsatta trissor med radie $R = 200\ mm$ och $r = 125\ mm$. Den stora trissan håller en 2000 N last och systemet hålls fast med ett snöre mellan den mindre trissan och A. Utan snöret skulle hela systemet rotera runt O. Beräkna spänningen i snöret och reaktionskraften i punkten O.



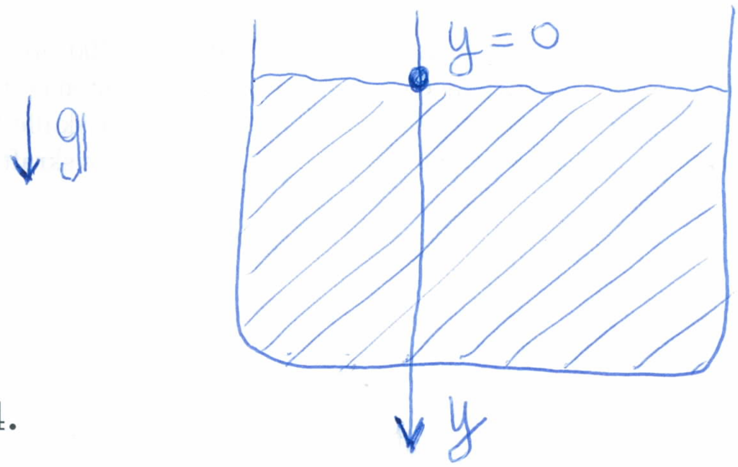
2.

En vattenmolekyl består av två väteatomer (protonmassa 1.007 u) och en syreatom (kärnmassa 15.99 u). Kärnorna är placerade enligt bilden. Beräkna avståndet mellan alla tre kärnor och molekylens masscentrum till fyra signifikanta siffror. Försumma elektronerna. ($1\ u = 1.6605 \times 10^{-27}\ kg$ är atommassenheten och $1\ pm = 10^{-12}\ m$)



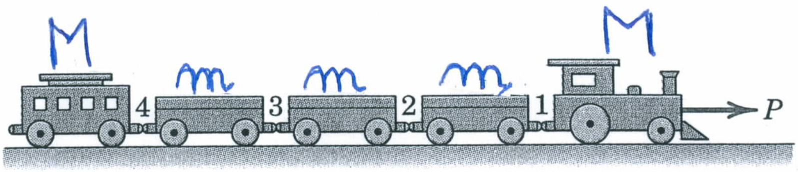
3.

En kula släpps med initialhastighet noll i en oljetank. Accelerationen ner blir $g - kv$, där g är tyngdaccelerationen och k är en konstant som beror på kulans detaljer och viskositeten hos oljan. Uttryck hastigheten $v = \dot{y}$ och det totala avståndet y som en funktion av t och rita ett diagram för båda storheter.



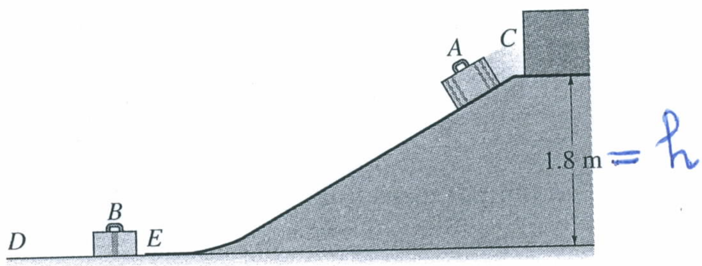
4.

Ett leksakståg har fyra magnetiska kopplingar mellan vagnarna och mellan vagnarna och loket som släpper vid $T_{\max}$ spännkraft. Vad blir den maximala kraften P som man kan dra loket utan att någon av kopplingarna släpper? Vilken koppling släpper först?
(Loket och sista vagn har samma massa M. De tre vagnarna i mitten har massa m.)



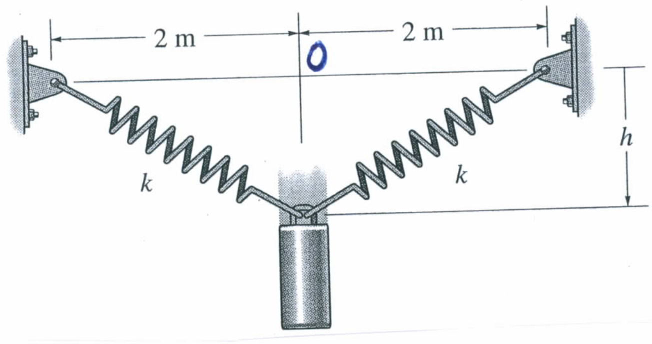
5.

En 10 kg väska A släpps från punkt C, glider längst en friktionslös ramp och träffar en 5 kg väska B som ligger i vila vid punkt E. Beräkna hur långt från E väskan A och B färdas om friktionskoefficienten i den horisontella planen ED är $\mu_k = 0.4$ och elasticitetskoefficienten mellan väskor är $e = 0.3$.

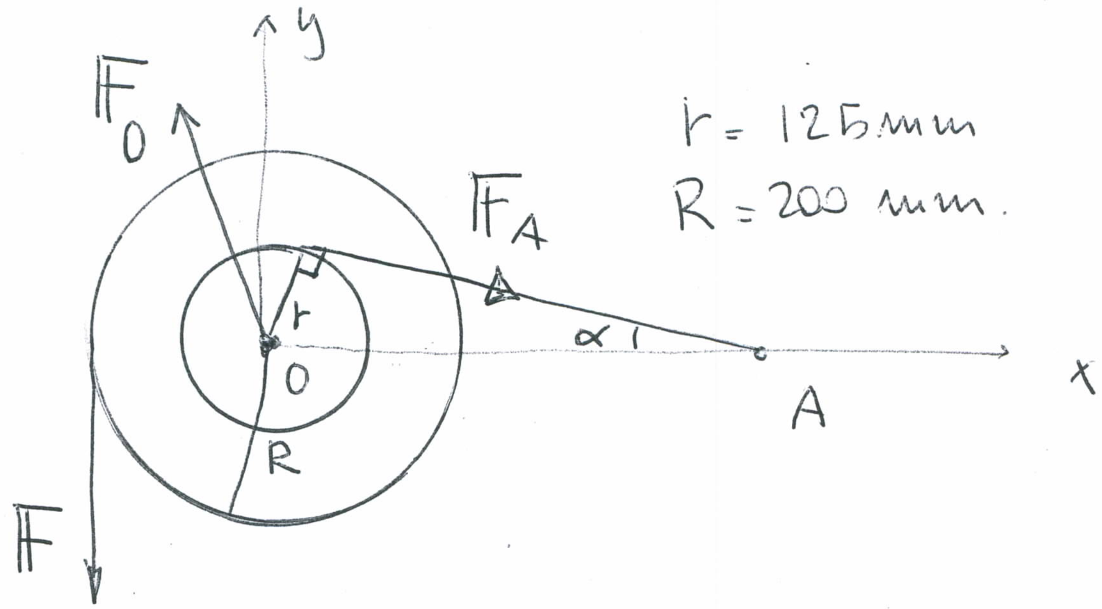


6.

Cylindern i bilden har massa $M = 20\ kg$ och släpps från vilan i läget $h = 0$. Båda fjädrar har fjäderkoefficient $k = 40\ N/m$ och vilolängd $D = 2\ m$. Beräkna hastigheten när $h = 3\ m$.



(1)



$$\sin\alpha = \frac{125}{325} \Rightarrow \alpha = 0{,}395 \text{ rad.}$$

Equilibrium:

$$M_0 = 0 \Rightarrow FR - F_A r = 0 \quad [1]$$

$$\mathbb{R} = 0 \Rightarrow \begin{cases} F_A \cos\alpha + F_{0x} = 0 & [2] \\ -F_A \sin\alpha - F + F_{0y} = 0. & [3] \end{cases}$$

$$(\mathbb{F} + \mathbb{F}_0 + \mathbb{F}_A = 0)$$

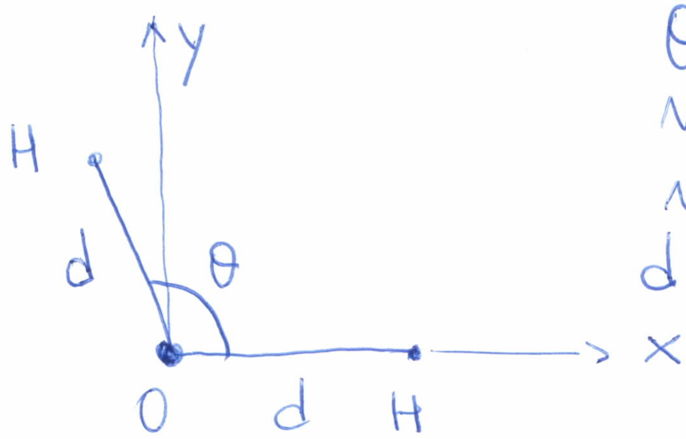
$$[1] \Rightarrow F_A = \frac{FR}{r} = \underline{\underline{3{,}20 \text{ kN}}} \equiv 3200 \text{ N}$$

$$[2] \Rightarrow F_{0x} = -F_A \cos\alpha = -2{,}95 \text{ kN}$$

$$[3] \Rightarrow F_{0y} = F_A \sin\alpha + F = 3{,}23 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow F_0 = \sqrt{F_{0x}^2 + F_{0y}^2} = \underline{\underline{4{,}38 \text{ kN}}}$$

(2)



$\theta = 104.45°$

$m_O = 15.99\,u$

$m_H = 1.007\,u$

$d = 95.84\,pm$

$$\bar{x} = \frac{m_H d + m_H d \cos\theta}{m_O + 2m_H} = 4.023\ pm$$

$$\bar{y} = \frac{m_H d \sin\theta}{m_O + 2m_H} = 5.191\ pm.$$

$$d_O = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2} = 6.567\ pm.$$

$$d_H = \sqrt{(d-\bar{x})^2 + \bar{y}^2} = 91.96\ pm$$

Same for the other one by symmetry

(3) $\begin{cases} \dot{v} = g - kv \\ v(0) = 0 \end{cases}$

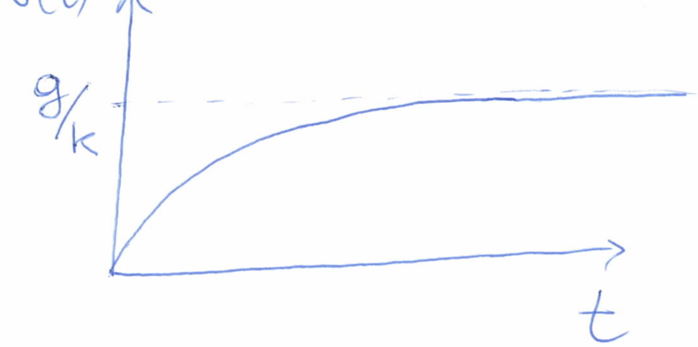
$$\Rightarrow \int_0^v \frac{dv'}{g-kv'} = \int_0^t dt'.$$

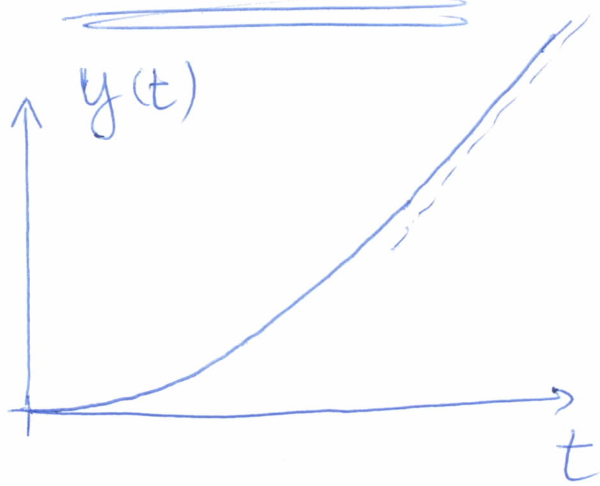
$$\Rightarrow -\frac{1}{k}\log\frac{g-kv}{g} = t$$

$$\Rightarrow v(t) = \frac{g}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$$

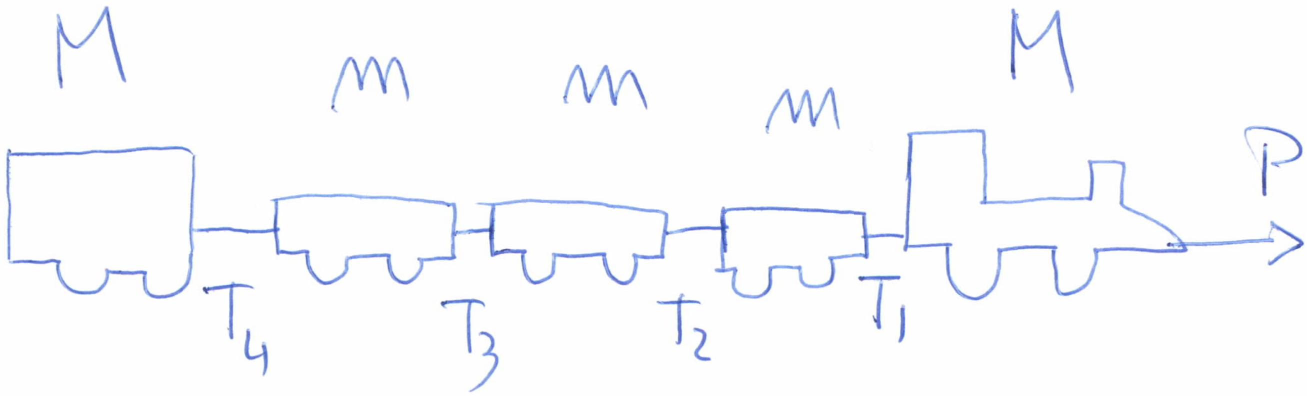
$\begin{cases} \dot{y} = v \\ y(0) = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow y(t) = \int_0^t v(t')dt' = \frac{g}{k}\left(t + \frac{1}{k}\left(e^{-kt} - 1\right)\right)$$





4



$$P = (2M + 3m)a$$

$$T_1 = (M + 3m)a$$

$$T_2 = (M + 2m)a < T_1$$

etc.

The first coupler breaks first.

$$\frac{P_{max}}{T_{max}} = \frac{2M + 3m}{M + 3m}$$

$$\Rightarrow P_{max} = \frac{2M + 3m}{M + 3m} T_{max}$$

(5) At point E before the collision A has velocity given by

$$\frac{1}{2}\cancel{m_A} v_A^2 = \cancel{m_A} g h \qquad v_A = \sqrt{2 \cdot 9.81 \times 1.8} \text{ m/s}$$

$$= 5.94 \text{ m/s}.$$

Let v_A' and v_B' be the velocities of A and B just after the collision:

Cons. of mom: $m_A v_A = m_A v_A' + m_B v_B'$

Restitution: $e = \dfrac{v_B' - v_A'}{v_A}$

$$\Rightarrow v_A' = \frac{m_A - m_B e}{m_A + m_B} v_A = 3.37 \text{ m/s}$$

$$v_B' = \frac{m_A + m_A e}{m_A + m_B} v_A = 5.15 \text{ m/s}.$$

Distance travelled for A: $\frac{1}{2} m_A v_A^2 = m_A g \mu d_A$

$$\Rightarrow d_A = \frac{v_A^2}{2g\mu} = \underline{\underline{1.45 \text{ m}.}}$$

Same for $d_B = \dfrac{v_B^2}{2g\mu} = \underline{\underline{3.38 \text{ m}}}$

6) At O is both $T=0$ and $V=0$.

after $h=3\,m$:

$T = \frac{1}{2} M v^2$ ($M = 20\,kg$, v to be determineted).

$$V = -Mgh + 2 \cdot \frac{k}{2} (L-D)^2$$

where $L = \sqrt{D^2 + h^2} = \sqrt{4+9}\ m = 3.61\,m$.

$$V = -20 \cdot 9.81 \cdot 3 + 40 \cdot (3.61 - 2)^2\ J$$

$$= -485\ J.$$

$T + V = 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 485}{20}}\ \frac{m}{s} = \underline{\underline{6.97\ \frac{m}{s}}}.$