MVE025 (samt TMA252, TMA253)
Matematik Chalmers
Tentamensskrivning i Komplex matematisk analys F / Kf
Datum: 2009-08-19, kl. 8.30 - 12.30.
Hjälpmedel: Endast formelblad som delas ut av tentamensvakterna.
Telefonvakt: , tel. 0762-721861, besöker salen ca 9.30 och 11.30.

==

1. Finn alla värden av uttrycket

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{1+i}. \qquad (4p)$$

2.(a) Beräkna med hjälp av residykalkyl

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos ax + 2\sin ax}{x^2+2x+2}\,dx, \qquad a \in \mathbb{R}.$$

Utför de nödvändiga uppskattningarna. (8p)

(b) Beräkna $\hat{f}$, där $\hat{f} = \hat{f}(\xi)$ är Fouriertransformen av funktionen

$$f(x) = \frac{1}{x^2+2x+2}, \quad x \in \mathbb{R}. \quad (2p)$$

3. Bestäm antalet lösningar till ekvationen $z^7 - 5z^4 + iz^2 - 2 = 0$ i
(a) den öppna enhetsskivan; (2p)
(b) det högra halvplanet. (5p)

4. Se nästa sida.

5.(a) Visa att funktionen $f(z) = \sin\frac{z+1}{z-1}$ är analytisk i den öppna enhetsskivan $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ och har oändligt många nollställen i den. (4p)

(b) Förklara varför det inte finns någon funktion som är analytisk i den slutna enhetsskivan och har oändligt många nollställen i den. (4p)

6. Funktionerna f och g är analytiska i området D och sådana att $f(z)g(z) = 0$ för alla $z \in D$. Visa att antingen $f(z) = 0$ för alla $z \in D$, eller $g(z) = 0$ för alla $z \in D$. (5p)

7. Formulera och bevisa Moreras sats. (5p)

8. Formulera och bevisa Rouchés sats. (5p)

MVE025 (4p, F fr.o.m. 05/06, Kf fr.o.m. 07/08) 4. Avbilda konformt på det övre halvplanet området

$$\{z \in \mathbb{C} : |z - i| < 2\} \cap \{z \in \mathbb{C} : |z + i| < 2\}. \qquad (6p)$$

TMA253 (3p, Kf, 05/06, 06/07) 4. Avbilda konformt på det övre halvplanet området

$$\{z \in \mathbb{C} : |z - i| < 2\} \cap \{z \in \mathbb{C} : |z + i| < 2\}. \qquad (6p)$$

TMA252 (3p, F & Kf, fram till 04/05) 4. Ange Laurentutvecklingen kring $z_0 = -2$ för funktionen

$$f(z) = \frac{z}{(z+3)(z+5)},$$

i det område som innehåller punkten 0. (6p)

/JM