

MVE025 och MVE295 (samt TMA252, TMA253)

Matematik Chalmers

Tentamensskrivning i Komplex (matematisk) analys F / Kf och TM

Datum: 2010-01-11, kl. 14.00 - 18.00.

Hjälpmedel: Endast formelblad som delas ut av tentamensvakterna.

Telefonvakt: Ragnar Freij, tel. 070-3088304, besöker salen ca 15.00 och 17.00.

=====

1. Givet funktionen

$$F(s) = \frac{s - 3}{s^2 + 4s + 8},$$

finn en funktion $f = f(t)$ sådan att F är f :s Laplacetransform

(a) med hjälp av residykalkyl; (3p)

(b) med hjälp av tabell på två olika sätt. (4p)

(OBS! Du behöver inte göra några uppskattningar.)

2.(a) Beräkna med hjälp av residykalkyl

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2 - x + 1) \cos ax}{x^4 + 5x^2 + 4} dx, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Utför de nödvändiga uppskattningarna. (8p)

(b) Beräkna \hat{f} , där $\hat{f} = \hat{f}(\xi)$ är Fouriertransformen av funktionen

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^4 + 5x^2 + 4}, \quad x \in \mathbb{R}. \quad (2p)$$

3. Bestäm antalet nollställen för polynomet $p(z) = z^6 + 9z^4 + z^3 + 2z + 4$ i första och i fjärde kvadranten. (4p)

4. Ange det största möjliga R sådant att funktionen

$$f(z) = \frac{e^z}{z(z^2 + 1)},$$

har en Laurentutveckling i området $\{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < R\}$, och bestäm de fyra första termerna i den Laurentutvecklingen. (7p)

5. Låt f vara en icke-konstant hel funktion och låt w_0 vara ett godtyckligt komplext tal. Visa att w_0 är hopningspunkt för mängden $\{w = f(z) : z \in \mathbb{C}\}$. (Man säger att $f(\mathbb{C})$ ligger tätt i \mathbb{C} .) (7p)

6. Låt γ vara en enkel sluten styckvis C^1 kurva (ett varv moturs). Om funktionerna f och g är analytiska på och innanför γ , om f saknar nollställen på γ , och om z_1, \dots, z_n är f :s nollställen innanför γ med multipliciteter m_1, \dots, m_n , visa att

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} g(z) \frac{f'(z)}{f(z)} dz = \sum_{k=1}^n m_k g(z_k). \quad (5p)$$

7. Formulera och bevisa Liouvilles sats. (5p)

8. Formulera och bevisa Moreras sats. (5p)

/JM