

TENTAMEN I TERMODYNAMIK för K2 och Kf2 (KVM091 och KVM090) 2009-10-20 förmiddag

Hjälpmiddel: Kursböckerna "Elliott-Lira: Introductory Chemical Engineering Thermodynamics" och "P. Atkins, L. Jones: Chemical Principles", "Tabeller och diagram i Energi- och kemiteknik" eller "Data och Diagram", "Physics Handbook", "BETA β " samt valfri kalkylator med tömt minne.

För godkänt (betyg 3) krävs 15 poäng, för betyg 4 20 poäng och för betyg 5 25 poäng.

Senast kl. 10.00 kommer Lennart Vamling, ankn. 3021 eller Nikola Markovic, ankn. 3114, att första gången vara tillgänglig i skrivsalen.

När ekvationer används utan härledningar bör källa anges. Använda symboler bör definieras om de avviker från kursmaterialets. OBS! Uppgifternas numrering är "slumpartad" och är inte kopplad till svårighetsgrad.

Lösningar finns anslagna 2009-10-21 på Värmeteknik och maskinläras anslagstavla.

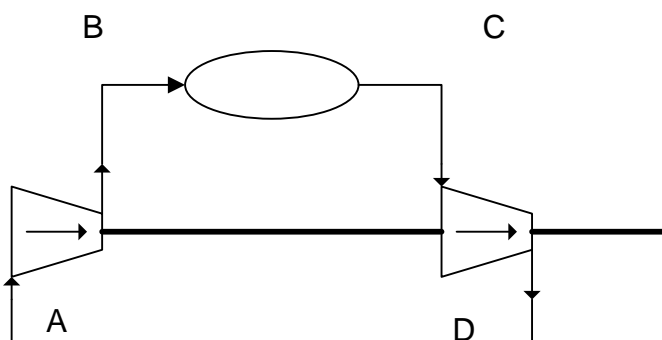
Tentamen kommer att rättas anonymt. Resultat meddelas via LADOK.

Granskning får ske 2009-11-09, kl. 11.45-12.25 i Värmeteknik och maskinläras bibliotek.

1. Rya kraftvärmeverk, invigt 2006, svarar för en betydande del av Göteborgs behov av el och värme. Det är en kombination av en naturgaseldad gasturbincykel och en ångkraftcykel. I denna uppgift studerar vi enbart gasturbincykeln och antar att den kan beskrivas som en standard Brayton-cykel. Följande uppgifter kan man finna på Göteborg Energis hemsida:

Tryck efter kompressor/Tryck före kompressor	19
Temperatur före turbin	1200 °C
Andel av i turbinen avgivet arbete som används för att driva kompressorn	0,67

Antag att i kompressorinloppet är temperaturen 290 K och trycket 100 kPa, samt att gasen är ideal med $C_p=1005 \text{ J/(kg K)}$, $C_p/C_v=1,4$ och molvikt $M=29 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$. Vad blir cykelns termiska verkningsgrad om turbinens isentropverkningsgrad antas vara 0,85?



(6 p)

2. I denna uppgift studerar vi ångkraftcykeln i det kombikraftvärmeverk som presenterades i uppgift 1. För den finns följande uppgifter:

Tryck före turbin	10 MPa
Temperatur före turbin	550 °C
Tryck efter turbin	0,3 MPa

Antag att turbinens isentropverkningsgrad är 0,8

- a) Vad blir då temperaturen i utloppet från turbinen?
b) Vad blir cykelns termiska verkningsgrad om vi antar att pumpenergier kan försummas?

(6 p)

3. En välisolerad förvaringstank med volymen $0,2 \text{ m}^3$ innehåller ursprungligen till hälften vätska (alltså $0,1 \text{ m}^3$) och till hälften gas av köldmediet HFC-134a i jämvikt vid temperaturen 292 K. En otät ventil leder till att det läcker från gasfasen. När det upptäcks har trycket sjunkit till 105,7 kPa. Hur många kg HFC-134a har då läckt ut?

Det får antas att det under hela förloppet råder jämvikt mellan gas- och vätskefasen. Det får också antas att entalpin hos den läckande gasen kan approximeras med medelvärdet av entalpin vid förloppets början och förloppets slut (konstant). Vid beräkning av tankinnehållets massa och energier/entalpier så får bidraget från gasfasen försummas. Tabelldata för HFC-134a finns bland annat i E-L Appendix E.10.

(6 p)

4. a) Härled utgående från huvudsatser, definitioner och generella räkneregler för partiella derivator sambandet

$$P = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T. \quad (3 \text{ p})$$

b) Tillståndsekvationen för en realgas kan approximativt beskrivas med van der Waals ekvation (V betecknar molvolymen),

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}.$$

Tag, med hjälp av sambandet från (a), fram ett uttryck för $(\partial U/\partial V)_T$ för en van der Waalsgas och beräkna ΔU och ΔH då 1 mol $\text{O}_2(\text{g})$ (van der Waals-parametrar: $a = 0.1382 \text{ Pa m}^6 \text{ mol}^{-2}$, $b = 3.190 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$) komprimeras från 22.68 dm^3 till 1.000 dm^3 vid 273.15 K . (3 p)

Totalt: 6 poäng

5. a) Koldioxids löslighet i vatten har stor betydelse inom teknik och naturvetenskap, inte minst för förståelsen av olika geokemiska processer. Systemet har studerats grundligt över stora tryck- och temperaturintervall. Följande data (303.15 K) är hämtade från Chem. Geol. 193 (2003) 257 (molbråket CO_2 i vätskan betecknas x_2 och P_2 är motsvarande partialtryck av CO_2 i gasfasen):

x_2	0.000515	0.00259	0.00504	0.0191	0.0239
P_2/bar	0.956	4.96	9.96	50.0	100.0

Bestäm med hjälp av givna data Henrys konstant (h_2) för CO_2 i H_2O samt beräkna aktivitetsfaktorn (γ_2) för löst CO_2 vid $x_2 = 0.0191$ med Henrys lag som referens. Du får behandla $\text{CO}_2(\text{g})$ som en ideal gas och du får försumma Poyntingkorrektionen. (3 p)

b) Henrys konstant ökar kraftigt med temperaturen mellan 0 och 100°C . Hur påverkar detta koncentrationen av $\text{CO}_2(\text{aq})$ i lösningen vid konstant partialtryck av $\text{CO}_2(\text{g})$? Motivera! (1 p)

c) För tryck högre än ca 10 bar börjar olika icke-ideala effekter göra sig gällande för systemet. Vi skall här betrakta effekterna på $\text{CO}_2(\text{g})$. Enligt Dadson *et al.* [Proc. Phys. Soc. 92 (1967) 1115] ges andra virialkoefficienten för CO_2 av $B = -119 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$ vid 303.15 K . Utnyttja tillståndsekvationen $PV = RT + BP$ för att beräkna kvoten V/V^{ig} och fugacitetsfaktorn (φ) för $\text{CO}_2(\text{g})$ vid 303.15 K och 50.0 bar . (2 p)

Totalt: 6 poäng

Termodynamik (KVM091/KVM090) Tentamen 091020

Förslag till lösningar

Uppgift 1 - gasturbincykel

$$\text{Givna data:} \quad C_p := 1005 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \quad R := 8.3143 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \quad M_{\text{gas}} := 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$T_A := 290 \text{ K} \quad P_A := 100 \text{ kPa} \quad T_C := (1200 + 273.15) \cdot \text{K}$$

$$P_B := 19 \cdot P_A \quad \kappa := 1.4 \quad \text{andel_till_kompressor} := 0.67$$

$$\text{Turbinens verkningsgrad} \quad \eta_{\text{turbin}} := 0.85$$

Gasturbincykel (Braytoncykeln) är isobar mellan B och C, samt mellan D och A.

Det innebär

$$P_C := P_B \quad P_D := P_A$$

Förloppet C till D-ideal är isentrop. För ett isentrop förlopp för idealgas gäller

$$T_{D_ideal} := T_C \left(\frac{P_A}{P_B} \right)^{\frac{R}{C_p \cdot M_{\text{gas}}}} \quad T_{D_ideal} = 635.99 \text{ K}$$

Med hjälp av definitionen på turbinverkningsgrad så fås TD

$$T_D := T_C + \eta_{\text{turbin}} \cdot (T_{D_ideal} - T_C) \quad T_D = 761.56 \text{ K}$$

67 % av det i turbinen avgivna arbetet används för att driva kompressorn. Eftersom massflöde och C_p är konstanta så innebär det att $(T_B - T_A) = 0.67 \cdot (T_C - T_D)$

$$T_B := T_A + \text{andel_till_kompressor} \cdot (T_C - T_D) \quad T_B = 766.76 \text{ K}$$

Sökt är cykelns termiska verkningsgrad, som är (avgivet nettoarbete)/(tillfört värme),

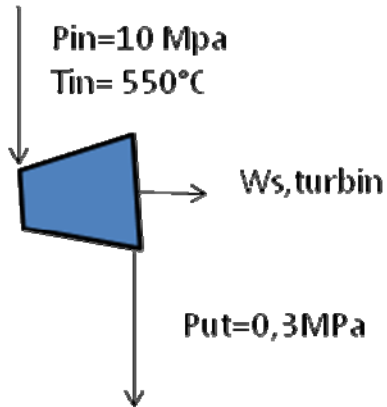
$$\text{dvs } (\text{massflöde} \cdot C_p \cdot ((T_C - T_D) - (T_B - T_A))) / (\text{massflöde} \cdot C_p \cdot (T_C - T_B))$$

$$\eta := \frac{T_C - T_D - (T_B - T_A)}{T_C - T_B} \quad \eta = 0.332$$

Svar: Cykelns termiska verkningsgrad är 33%

Lösningsförslag uppgift 2:

Givet i uppgiften:



- a) Sökt: Vad blir temperaturen i utloppet från turbinen om vi antar att turbinens isentropverkningsgrad är 0,8?

Lösning:

$$h_{in} = \{550^\circ\text{C}, 10 \text{ MPa}\} = 3502 \text{ kJ/kg}, \quad s_{in} = \{550^\circ\text{C}, 10 \text{ MPa}\} = 6,758 \text{ kJ/kg K}$$

Beräkna entalpin i turbinens utlopp om vi har en adiabatisk, reversibel turbin, dvs om $\Delta S=0$. Om vi tittar i mättnadstabellen ser vi att den reversibla turbinen kommer att ha en blandning av ånga och vätska i utloppet. Slå upp s^L , s^V , h^L och h^V vid 0,3 Mpa:

$$s^L = 1,6717 \text{ kJ/kg K}, \quad s^V = 6,9916 \text{ kJ/kg K}, \quad h^L = 561,43 \text{ kJ/kg}, \quad h^V = 2724,88 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{Beräkna ångfraktionen } q = \frac{(s - s^L)}{(s^V - s^L)} = 0,956, \quad \text{Beräkna entalpin } h'_{ut} = q(h^V - h^L) + h^L = 2630,3 \text{ kJ/kg}$$

Men processen är inte reversibel. Turbinverkningsgraden är 0,8 dvs. $\eta_t = (h_{ut} - h_{in}) / (h'_{ut} - h_{in})$

$$h_{ut} = h_{in} + \eta_t (h'_{ut} - h_{in}) = 3502 + 0,8(2630,3 - 3502) = 2804,6 \text{ kJ/kg}$$

Kolla temperaturen vid 0,3MPa och $h=2804,6$,

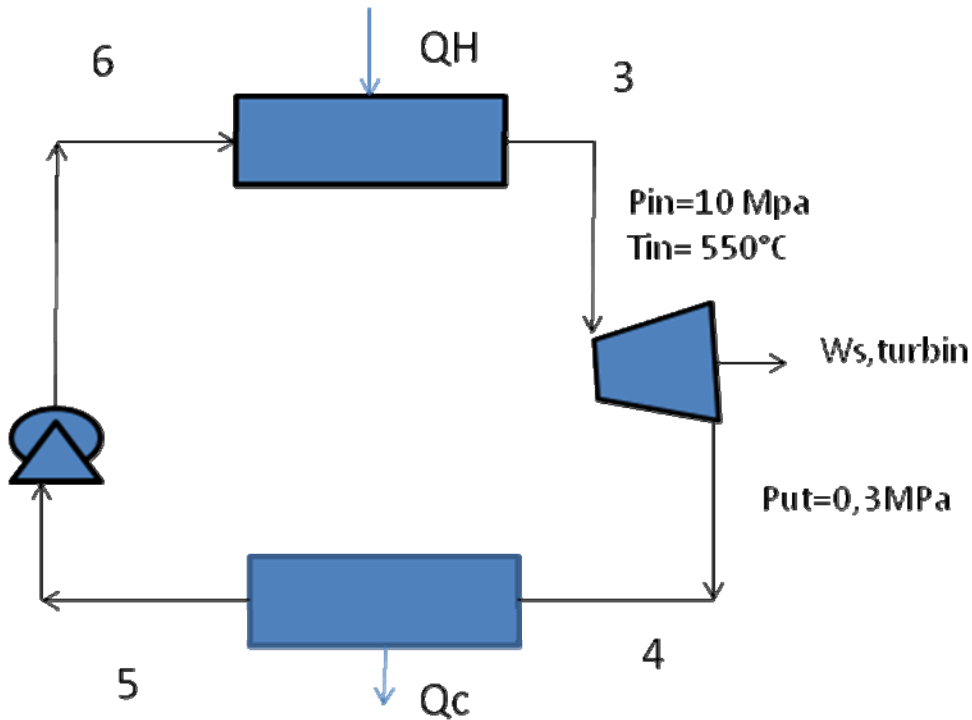
Vid detta tryck och entalpi är vattnet i överhettat tillstånd använd därför tabell på s.644 för att beräkna temperaturen. Temperaturen ligger mellan 150°C och 200°C – interpolera.

$$T_{ut} = 150 + \frac{(2804,6 - 2761,2)}{(2865,9 - 2761,2)} * (200 - 150) = 170^\circ\text{C}$$

Svar : $T_{ut} = 170^\circ\text{C}$, överhettad ånga

- b) Vad blir cykelns termiska verkningsgrad om vi antar att pumpenergi kan försummas?

Givet: Rankine cykel s. 143



Lösning:

$W_{s, \text{pump}} = 0$ enligt uppgiftstext

$W_{s, \text{net}} = W_{\text{turb}} = H_4 - H_3 = h_{4t} - h_{3t} = -679,34 \text{ kJ/kg}$

Sök Q_H :

Vi vet att det är mättad vätska efter kondensorn, punkt 5. Vi vet också att $\Delta H = 0$ över pumpen. Detta ger att $H_6 = H_5$

$H_5 = \{ \text{mättad vätska, } 0,3 \text{ MPa} \} = 561,43 \text{ kJ/kg}$

$Q_H = H_3 - H_6 = h_{3t} - H_5 = 3502 - 561,43 = 2940,57 \text{ kJ/kg}$

$\eta_{\text{termisk}} = -W_{s, \text{net}} / Q_H = 697,4 / 2940,57 = 0,237$

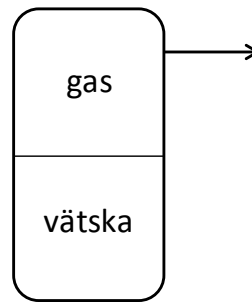
Svar: a) $T = 170^\circ\text{C}$ b) $\eta_{\text{termisk}} = 0,24$

3. Energibalans:

$$\frac{d(mU)}{dt} = -H^{ut} \dot{m}^{ut}$$

$$\text{där } \dot{m}^{ut} = -\frac{dm}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{d(mU)}{dt} = H^{ut} \frac{dm}{dt}$$



Integration: 1(t=0) → 2 (t= när trycket i tanken är 105,7 kPa)

$$m_2 U_2 - m_1 U_1 = H^{ut} (m_2 - m_1)$$

$$\rightarrow m_2 = \frac{m_1 (U_1 - H^{ut})}{(U_2 - H^{ut})}$$

Givet: $T_1 = 292 \text{ K}$; $P_2 = 105,7 \text{ kPa}$; $V_1 = 0,1 \text{ m}^3$

Eftersom jämvikt kan antas används tabell i appendix E.10 i Elliot/Lira för att slå upp erforderliga data:

	Temp (K)	Tryck (MPa)	ρ^L (kg/m ³)	H^L (kJ/kg)	H^V (kJ/kg)
1	292	0,5517	1229,5	225,85	409,14
2	(248)	0,1057	1373,8	166,99	383,35

m_1 , U_1 , U_2 beräknas (bidraget från gasfasen försummas):

$$m_1 = \underline{V_1} \cdot \rho_1^L = 0,1 \cdot 1229,5 = 122,95 \text{ kg}$$

Enligt definition av entalpi: $H \equiv U + PV \rightarrow U = H - PV$; $V = 1/\rho$

$$U_1 = H_1^L - \frac{P_1}{\rho_1^L} = 225,85 \cdot 10^3 - \frac{0,5517 \cdot 10^6}{1229,5} = 225,40 \text{ kJ/kg}$$

$$U_2 = H_2^L - \frac{P_2}{\rho_2^L} = 166,99 \cdot 10^3 - \frac{0,1057 \cdot 10^6}{1373,8} = 166,91 \text{ kJ/kg}$$

Eftersom den massa som läcker ut är ifrån gasfasen, används H^V för att beräkna H^{ut} (medel)

$$H^{ut} = \frac{H_1^V + H_2^V}{2} = \frac{409,14 + 383,35}{2} = 396,25 \text{ kJ/kg}$$

$$m_2 = \frac{m_1 (U_1 - H^{ut})}{(U_2 - H^{ut})} = \frac{122,95 \cdot (225,40 \cdot 10^3 - 396,25 \cdot 10^3)}{(166,91 \cdot 10^3 - 396,25 \cdot 10^3)} = 91,81 \text{ kg}$$

Massa som läcker ut, $\Delta m = m_1 - m_2 = 122,95 - 91,81 = 31,14 \text{ kg}$

Svar: När trycket har sjunkit till 105,7 kPa har 31 kg HFC-134a läckt ut.

Kortfattade lösningsförslag till tentamen i Termodynamik 2009-10-20, uppgifterna 4 och 5

4.a) Första huvudsatsen (slutet system), $dU = dQ + dW$, andra huvudsatsen (reversibel process), $dS = dQ/T$, reversibelt EC-arbete, $dW = -PdV$, ger $dU = TdS - PdV$. Dividera med dV vid konstant T :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T - P.$$

Nu behöver vi en Maxwellrelation. Variabler: $(T, V) \implies A = A(T, V)$:

$$dA = d(U - TS) = dU - TdS - SdT = TdS - PdV - TdS - SdT = -SdT - PdV.$$

Den fundamentala ekvationen för dA ger att:

$$\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_V = -S, \quad \left(\frac{\partial A}{\partial V}\right)_T = -P$$

De blandade andraderivatorna:

$$\left[\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_V\right]_T = \frac{\partial^2 A}{\partial V \partial T} = -\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T,$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial A}{\partial V}\right)_T\right]_V = \frac{\partial^2 A}{\partial T \partial V} = -\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V,$$

Eftersom andraderivatorna är lika (dA är en exakt differential) så gäller:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V,$$

dvs vi får att

$$P = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T.$$

Q.E.D.

4.b) Derivera P map T ; sätt in derivatan och vdW-uttrycket för P i sambandet från (a):

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \frac{R}{V-b} - \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}\right) = \frac{a}{V^2}.$$

Ändringen i inre energi ges av

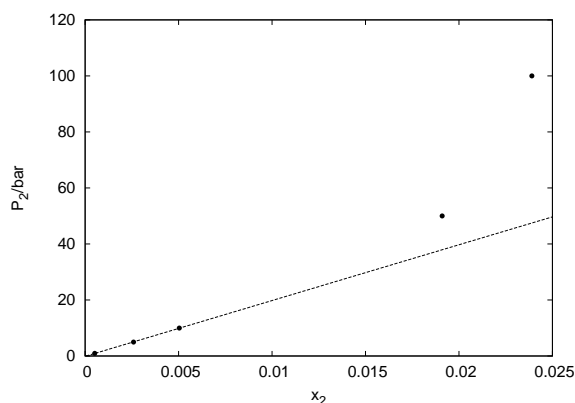
$$\Delta U = \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV = a \int_{V_1}^{V_2} V^{-2} dV = -a(V_2^{-1} - V_1^{-1}) \approx -\mathbf{132} \text{ J mol}^{-1}.$$

Entalpiändringen fås från definitionen $H = U + PV$:

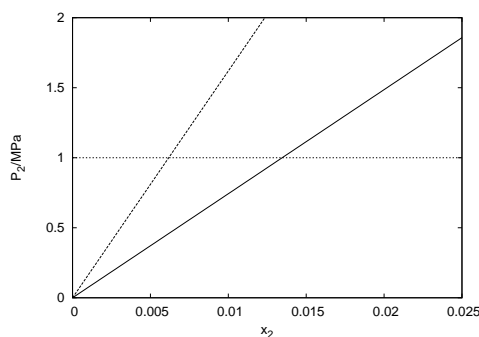
$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV) = \Delta U + (P_2V_2 - P_1V_1) \approx -\mathbf{193} \text{ J mol}^{-1},$$

där $P_1 = 1.00009$ bar och $P_2 = 22.0773$ bar.

5.a) Enligt Henrys lag (som gäller allt bättre då $x_2 \rightarrow 0$): $P_2 = h_2 x_2$, dvs plotta P_2 mot x_2 för små x_2 . Med tre punkter fås en rät linje ($R^2 = 0.9997$) med lutningen $h_2 = \mathbf{199}$ MPa. Från $a_2 = P_2/h_2 = \gamma_2 x_2$ fås aktivitetsfaktorn som $\gamma_2 = 50 \cdot 10^5 / (199 \cdot 10^6 \times 0.0191) \approx \mathbf{1.32}$.



5.b) Eftersom h ökar med T (brantare linje) kommer lösligheten (molbråket CO_2 i vätskan) att minska med T , vilket framgår av figuren nedan.



5.c) Från definitionen av Z fås med virialekvationen

$$\frac{V}{V_{\text{ig}}} = \frac{V}{RT/P} = \frac{PV}{RT} = Z = 1 + \frac{BP}{RT} \approx \mathbf{0.764}.$$

Från definitionen av fugacitetskoefficient (Elliott/Lira s. 269):

$$\varphi = \exp \left[\frac{1}{RT} \int_0^P \left(V - \frac{RT}{P} \right) dP \right] = \exp \left(\frac{BP}{RT} \right) \approx \mathbf{0.790}.$$