

Tenta
Elektrisk mätteknik och vågfysik (FFY616)
2013-12-19

Tid och lokal: Torsdag 19 december kl. 14:00-18:00 i byggnad V.

Examinator: Elsebeth Schröder (tel 031 772 8424).

Hjälpmedel: Chalmers-godkänd räknare, Beta, Physics Handbook, och en egenproducerad A4-sida med handskrivna anteckningar.

Korrekt svar på alla uppgifter ger 50 poäng. Betyg: 3 (25-32p), 4 (33-41p), 5 (42- p); i dessa poäng ingår eventuella bonuspoäng (max 6 poäng) från höstens dugga eller omdugga.

På sista sidan finns en liten samling av information som kan vara till hjälp under tentan.

Motivera alla svar!

Uppgift 1. Korta frågor fördelade över kursens innehåll (totalt 14 poäng)

- a) En gitarr har strängar med längden 65 cm ("den klingande längden"), vad är störst möjliga våglängd för en stående våg på strängen? [1 poäng]
- b) Beskriv kortfattat på vilket sätt induktion kopplar elektrisk ström och magnetiskt fält (2-3 meningar och/eller skiss). [2 poäng]
- c) En superposition $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$ med de två harmoniska vågorna $\Psi_1 = A \cos(k_1x - \omega_1t)$ och $\Psi_2 = A \cos(k_2x - \omega_2t)$ med $\omega_1 \approx \omega_2$ och $k_1 \approx k_2$ kan skrivas

$$\Psi(x, t) = 2A \cos(\Delta kx - \Delta\omega t) \cos(k_0x - \omega_0t) \quad (1)$$

där $\Delta k = k_2 - k_1$, $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ är skillnaden i vågtal och vinkelfrekvens medan $k_0 = (k_1 + k_2)/2$ och $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$ är medelvärden på samma. Vad är fas- och grupp hastigheten i vågen Ψ , uttryckt i ovan definierade termer? [2 poäng]

d) En harmonisk våg med konstant vågvektor \mathbf{k} rör sig i tre-dimensionella rummet. Vilken riktning och våglängd har vågen? [1 poäng]

e) Beskriv kortfattat Huygens princip (2-3 meningar och/eller skiss). [2 poäng]

f) Ljus med våglängden 656,3 nm i vakuum rör sig i glas med refraktionsindex $n = 1,508$. Vad är ljusets våglängd i glaset? [2 poäng]

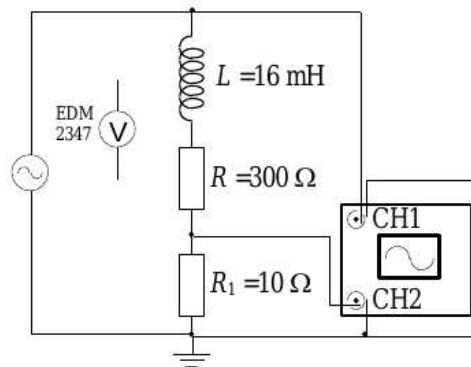
g) Skissa i en graf utslaget $A(t)$ som funktion av tiden t för (i) en lätt dämpad svängning och (ii) en kritisk dämpad svängning. [2 poäng]

h) Vilken våglängd har den vågfunktion som kvantmekaniskt beskriver en neutron med kinetiska energin $E = p^2/(2m) = 45 \text{ keV}$?

m och p är neutronens massa och rörelsemängd. Du kan utnyttja att de Broglies hypotes anger sammanhanget mellan partikelbeskrivningens rörelsemängd och vågbeskrivningens vågtal k som $p = \hbar k$, där \hbar är Plancks konstant genom 2π . [2 poäng]

Uppgift 2. (3 poäng)

Laborationsuppgift. Under växelströmslaborationen utförde du mätningar på följande krets där



frekvensen justeras så att spänningen över spolen blir samma som spänningen över den stora resistorn, $U_L \approx U_R$. Beräkna teoretiskt utifrån uppgifterna i figuren vilken frekvens som bör väljas.

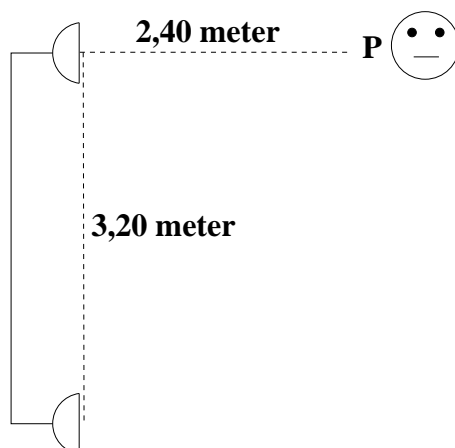
Uppgift 3. (6 poäng)

(a) Fraunhofer-diffraktionsmönstret från en dubbelspalt har 15 (hela) ljusa fransar inom det centrala diffraktionsmaximumet. Spaltbredden är 0,25 mm. Vad är avståndet mellan de två spalterna?

(b) Ljuset som används i (a) kan innan det når spalterna approximativt beskrivas som en plan, linjärt polariserad elektromagnetisk våg. Vi väljer nu koordinatsystem så att en sådan våg rör sig i x -riktningen och det elektriska fältet utslutande svänger i x - y -planet. I vilket plan svänger då det magnetiska fältet? Om E-fältets amplitud är 20 kV/m, vilken amplitud har då det magnetiska fältet?

Uppgift 4. (4 poäng)

Two speakers with 3,20 m distance vibrate in phase. A person stands in front of one of the speakers at 2,40 m distance at point P (see figure). Which is the minimum frequency that gives rise to destructive interference at point P? (Hint: Calculate the path difference and the conditions for destructive interference.)



Uppgift 5. (9 poäng)

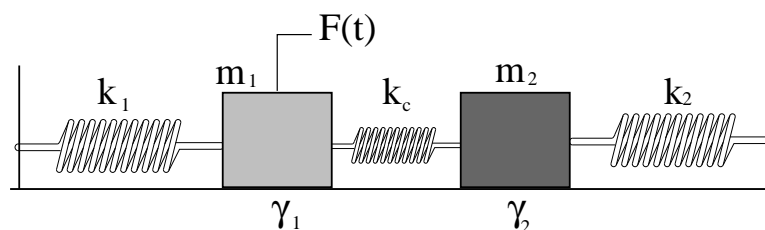
(a) En transversell harmonisk våg med linjära frekvensen 20 Hz, fashastigheten 6 cm/s och amplituden $A = 1$ cm utbreder sig längs en spänd sträng. Om det transversella utslaget för en viss punkt på strängen är det maximala, A , hur stort är då utslaget 0,5 cm längre bort längs strängen (i vågens riktning) 1 s senare?

(b) Vad är vågens effekt (medel över en tid mycket längre än perioden), om strängens spänning är 10 N?

(c) Vågen i (a) rör sig längs strängen. Vad menas med fenomenet "stående vågor", rör sig inte vågorna? Hur kan man konstruera stående vågor? Ge minst ett exempel på stående vågor.

Uppgift 6. (8 poäng)

Två massor kopplas med tre fjädrar mellan två väggar (se figuren). Varje massa påverkas av en dämpning genom friktion mot golvet och massan 1 tvingas dessutom med en oscillerande horisontell kraft $F(t)$.



(a) Skissa uppställningen med de två massornas utslag x_1 och x_2 från viloläget och rita in med korrekt riktning alla krafter som påverkar massornas rörelse. Ställ upp rörelse-ekvationer för x_1 och x_2 .

(b) Vi studerar nu ett mycket enklare system där $m_1 = m_2$, $k_1 = k_2 = k \neq k_c$, friktionen kan försummas, och kraften $F(t)$ kopplas bort. Bestäm systemets egenfrekvenser, och x_1 och x_2 som funktion av tiden.

Uppgift 7. (6 poäng) I ett modellsystem ges dispersionsrelationen av

$$\omega^2 = \alpha k^2 + \beta k^4 \quad (2)$$

för små positiva k . Bestäm fas- och grupp hastigheterna v_{fas} och v_{grupp} i systemet. Vilka villkor gäller på koefficienterna α och/eller β för att uppnå $v_{fas} > v_{grupp}$?

Information som evt. kan vara till hjälp i uppgifterna:

Plancks konstant $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js = $4,136 \cdot 10^{-15}$ eVs; $1 \text{ eV} = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ J; $m_{neutron} = 1,6749 \cdot 10^{-27}$ kg. Ljudhastigheten i luft är ungefär 340 m/s.

Observera att Physics Handbook har en annan definition av friktionskoefficienten γ än King och flera andra källor:

$$\frac{d^2}{dt^2} x = \dots - 2\gamma_{PhysHand} x + \dots = \dots - \gamma_{King} x + \dots,$$

alltså $\gamma_{PhysHand} = \gamma_{King}/2$.

1.(a) $\lambda_{\max}/2 = \text{stränglängd dvs } \lambda_{\max} = 130 \text{ cm}$

(b) se EMT, Hecht och föreläsningar

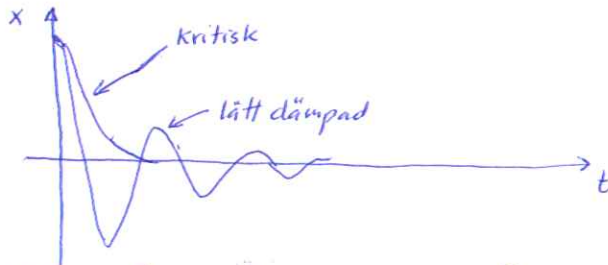
(c) $v_{\text{fas}} = \omega_0/k_0$ $v_{\text{grupp}} = d\omega/dk \approx \Delta\omega/\Delta k$

(d) samma riktning som \vec{k} , $\lambda = 2\pi/|\vec{k}|$

(e) se Hecht och föreläsningar

(f) $n = \frac{c}{v}$, $v = \lambda_{\text{glas}} f$ och $c = \lambda_{\text{vakuum}} f$ dvs $\lambda_{\text{glas}} = \lambda_{\text{vakuum}}/n = 435,2 \text{ nm}$

(g)



(h) $\lambda = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \frac{\hbar}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = 1.35 \cdot 10^{-13} \text{ m}$

2. $U_L \approx U_R$ i laboratoriet, i genomsnitt dvs ignorera fas skillnaden. $\omega = \frac{R}{L} \approx 19 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$
eller linjär frekvens $f = \omega/(2\pi) \approx 3 \text{ kHz}$

3.(a) 15 fransar mellan diffraktionsminima dvs diffraktionsminimum i interferensmönstrets 8. maximum, $n=8$
Accepterar även svar med $n=7,5$. Spaltavstånd $a = nd = 2 \text{ mm}$ (eller 1,9 mm).

(b) Magnetfältet svänger i x-z planet med amplituden $B_2 = \frac{1}{c} E_y = 67.7 \mu\text{T}$

4. Skillnad i rest väg: $\sqrt{L_1^2 + L_2^2} - L_2$ där $L_1 = 3,20 \text{ m}$, $L_2 = 2,40 \text{ m}$. För destruktiv interferens ska skillnaden vara ett halvt antal våglängder, dvs största våglängd $\lambda_m = 2(\sqrt{L_1^2 + L_2^2} - L_2) = 3,20 \text{ m}$
motsvarar minsta frekvensen $f = v_{\text{luft}}/\lambda_m = 340 \text{ m/s}/3,20 \text{ m} = 106 \text{ Hz}$

5.(a) Om "viss punkt" har $x=0$, $t=0$ och max. utslag A är vågfunktionen $\Psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 20 \text{ s}^{-1}$; $k = 2\pi/\lambda = 2\pi f/v = \frac{2\pi}{3} \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$

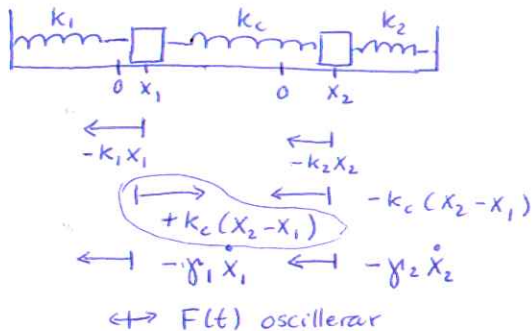
$\Psi(x = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}, t = 1 \text{ s}) = (\text{insätt}) = A \cos(2\pi(-18\frac{1}{3})) = -A/2$. Utslaget är hälften så stort och i motsatt riktning.

(b) $P = \frac{1}{2} \mu A^2 \omega^2 v$, $v = \sqrt{T/\mu}$ dvs $\mu = T/v^2$, $P = \frac{1}{2} \frac{T}{v} A^2 \omega^2 = 132 \text{ J/s}$

(c) Stående vågor: Vågorna propagerar inte, men strängen rör sig upp och ner, bortsett från nod-punkterna.
Två harmoniska vågor med motsatt riktning men annars identiska bilda en stående våg.

Exempel: t.ex. kaviteten hos en laser.

6.(a)



med "0" anges massornas viloläge
med "·" anges tidsderivat

$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 + k_c(x_2 - x_1) - \gamma_1 \dot{x}_1 + F(t)$

$m_2 \ddot{x}_2 = -k_2 x_2 - k_c(x_2 - x_1) - \gamma_2 \dot{x}_2$

Rörelseaccelerationerna.

(b) Enklare system

(1) $m \ddot{x}_1 = -k x_1 + k_c(x_2 - x_1)$

(2) $m \ddot{x}_2 = -k x_2 - k_c(x_2 - x_1)$

Byta variabler $q_a = x_1 + x_2$, $q_b = x_1 - x_2$

(1)+(2): $\frac{d^2}{dt^2}(x_1 + x_2) = -\frac{k}{m}(x_1 + x_2)$, frekvens $\omega_a = \sqrt{k/m}$

(1)-(2): $\frac{d^2}{dt^2}(x_1 - x_2) = -\frac{k}{m}(x_1 - x_2) - \frac{2k_c}{m}(x_1 - x_2)$, $\omega_b = \sqrt{(k+2k_c)/m}$
 $q_b \text{ etc} = -\frac{(k+2k_c)}{m}(x_1 - x_2)$

6. (b) fortsatt: Systemets egenfrekvenser är ω_a och ω_b , $q_a = A \cos(\omega_a t)$, $q_b = B \cos(\omega_b t)$

$$X_{1H} = \frac{1}{2} (q_a + q_b) = \frac{1}{2} (A \cos(\sqrt{\frac{k}{m}} t) + B \cos(\sqrt{\frac{k+2k}{m}} t))$$

$$X_{2H} = \frac{1}{2} (q_a - q_b) = \frac{1}{2} (\quad \quad \quad - \quad \quad \quad)$$

7. $\omega = \sqrt{\alpha k^2 + \beta k^4}$ $k > 0$, liten.

$$v_{fas} = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\alpha + \beta k^2}, \quad v_{grupp} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{2\omega} \cdot (2\alpha k + 4\beta k^3) = \frac{\alpha + 2\beta k^2}{\sqrt{\alpha + \beta k^2}}$$

$v_{fas} > v_{grupp}$? $\alpha + \beta k^2 > \alpha + 2\beta k^2$ Vilket är sant endast om β negativ!
eller $\beta > 2\beta$