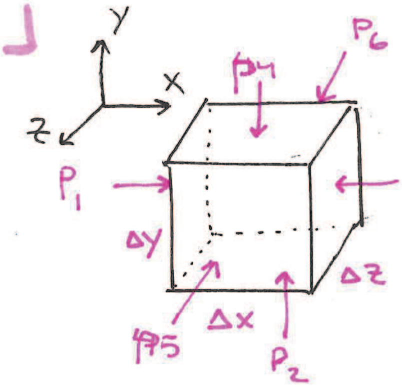
Tisdag LV1

(x) Kan man med en barometer mäta höjden på ett hög hus?

Statisk tryckfördelning



Ingen skjuvkraft ty statiskt - systemet står stilla!

Vi har tryckkrafter på alla sidor av kuben och gravitationskraft på systemet

$$\underbrace{\rho\vec{g}(\Delta x \Delta y \Delta z)}_{\text{grav.}} + \overbrace{\left(P|_x - P|_{x+\Delta x}\right)\Delta y \Delta z \vec{e}_x}^{\text{tryckkraft i x-led}} +$$

$$\underbrace{\left(P|_y - P|_{y+\Delta y}\right)\Delta x \Delta z \vec{e}_y}_{\text{-"- i y-led}} + \underbrace{\left(P|_z - P|_{z+\Delta z}\right)\Delta x \Delta y \vec{e}_z}_{\text{-"- i z-led}} = 0$$

En balans mellan tryck- och tyngd krafter!

Dela uttrycket med volymen $(\Delta x \Delta y \Delta z)$

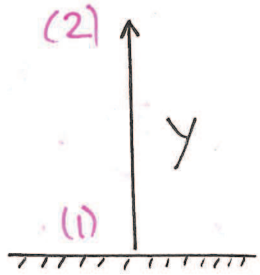
$$\Rightarrow \rho\vec{g} + \left(\frac{P|_x - P|_{x+\Delta x}}{\Delta x}\right)\vec{e}_x + \left(\frac{P|_y - P|_{y+\Delta y}}{\Delta y}\right)\vec{e}_y$$

$$+ \left(\frac{P|_z - P|_{z+\Delta z}}{\Delta z}\right)\vec{e}_z$$

Låt $\Delta x \Delta y \Delta z \rightarrow 0$!

$$\rho\vec{g} - \left[\frac{\partial P}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial P}{\partial z}\vec{e}_z\right] = 0 \Longleftrightarrow \boxed{\rho\vec{g} - \nabla P = 0}$$

Ex. Hur varierar trycket med höjden y?

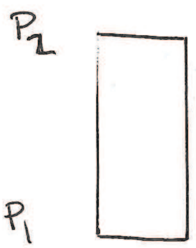


$$-\rho g - \frac{dP}{\partial y} = 0 \longrightarrow \int_1^2 dP = -\int_1^2 \rho g \, dy$$

$$\left\{ \text{Antag } \rho = \text{konst.} \right\} \Longrightarrow P_2 - P_1 = -\rho g (y_2 - y_1)$$

dvs. $P_1 = P_2 + \rho g h$

(*) **Ex.** Höghus:

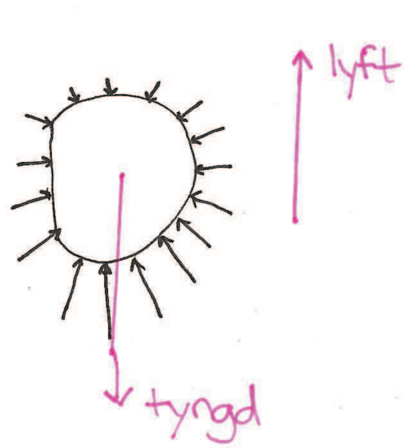


$$\left. \begin{array}{l} h = 100 \\ \rho = 1 \\ g \approx 10 \end{array} \right\} P_2 - P_1 = 1 \cdot 10 \cdot 100 \cdot = 1000 \text{ Pa}$$

Lyftkraft

Tryck alltid vinkelrät in mot ytan

Kraftbalans:



$$d\vec{F} = \underbrace{(P_1 - P_2)}_{\rho_v g h} dA \vec{e}_y - \rho_s h dA g \vec{e}_y$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_v \text{ - fluidens densitet} \\ \rho_s \text{ - solidens densitet} \end{array} \right.$$

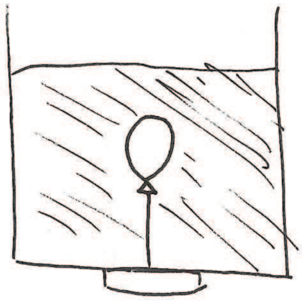
$$\rightarrow (\rho_v - \rho_s) g h \, dA \, \vec{e}_y = d\vec{F}$$

Integrera!

$$\boxed{\vec{F} = (\rho_v - \rho_s) g V \vec{e}_y}$$

{Obs! V = volymen}

Ex.



F_{ned} = tyngden av locket + vattentrycket på lockets översida

F_{upp} = nettolyft av ballong

$$F_{ned} = (P_{atm} + \rho g h) A_{lock}$$

$$F_{upp} = (\rho_v - \rho_s) g V_s$$

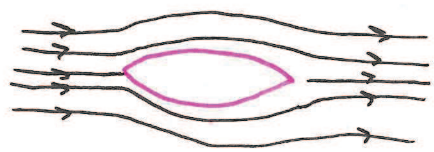
{$\rho_v >> \rho_s \rightarrow \rho_s$ kan försummas}

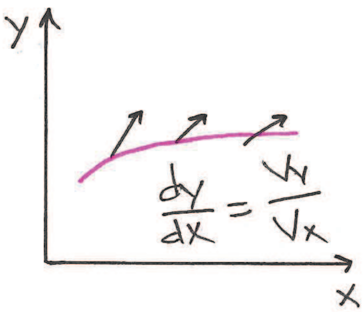
Obs! Atmosfärstrycket verkar på båda sidor av locket och tar ut varandra!

Strömlinjer

tangent till lokal hastighetsvektor

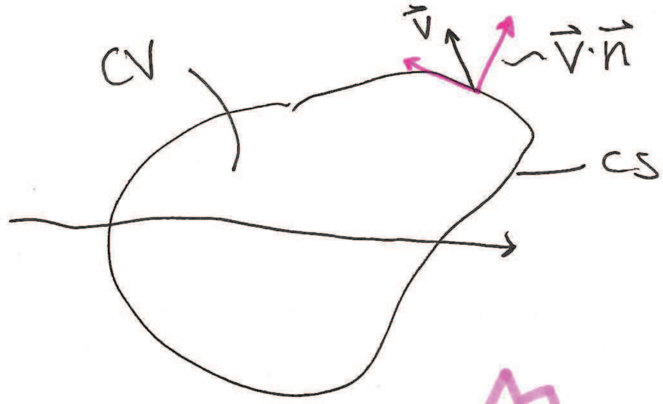
→ om stationärt ger strömlinjen den "bana" som en 'fluidpartikel' har





Kontrollvolym

CV - control volume
CS - control surface



Balans:

$$\left\{\begin{matrix}\text{ackumulation}\\ \text{i CV}\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\text{nettoflöde in}\\ \text{över CS}\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}\text{netto prod.}\\ \text{i CV.}\end{matrix}\right\}$$

Ex Massbalans

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{C.V} \rho \, dV}_{\text{ack.}} = \underbrace{-\iint_{CS} \rho(\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA}_{\text{nettoflöde}}$$

{ackumulation ≡ förändring över tid}

Obs! Nettoproduktion $\equiv 0$

" $\frac{dm}{dt} = -$ total netto massflöde ut "

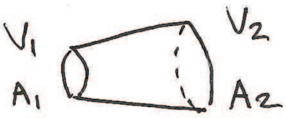
{ om ack $\equiv 0$ $\longrightarrow$ flöde in $\equiv$ flöde ut }

Stationärt (≡ oberoende av tiden)

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \longrightarrow \iint_{CS} \rho(\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA = 0$$

Inkompressibelt

$$\rho = \text{konst.} \longrightarrow 0 = -\iint \rho(\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA \longrightarrow \iint(\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA = 0$$



$V_1 A_2 = V_2 A_2$ $\{V_2 < V_1\}$ då $\{A_2 > A_1\}$