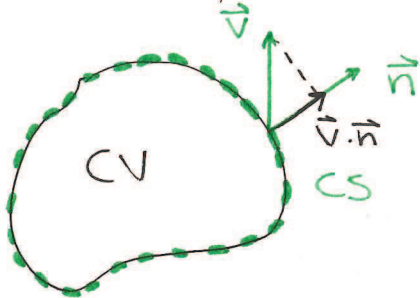


Kontrollvolumsmetoden

$$\left(\begin{array}{c} \text{akkumulation} \\ \text{i CV} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{nettoflöde in} \\ \text{över CS} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{nettoproduktion} \\ \text{i CV} \end{array} \right)$$



Rörelsemängdsbalans ($m\vec{v}$)

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} \rho \vec{v} dV = - \iint_{CS} \vec{v} (\rho \vec{v} \cdot \vec{n}) dA + \sum \vec{F}$$

ack. av rörelsemängd i CV

nettoflöde in över CS
 \equiv rm-flöde UT

Summan av krafter på systemet
 ↓
 produktion

$$\iiint \rho \vec{v} dV = \dots = m\vec{v}$$

$\frac{\partial}{\partial t} (m\vec{v})$: förändring av rörelsemängd över tiden

Newtons 2:a $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$

nettoflöde-termen ska vara in över c.s.!

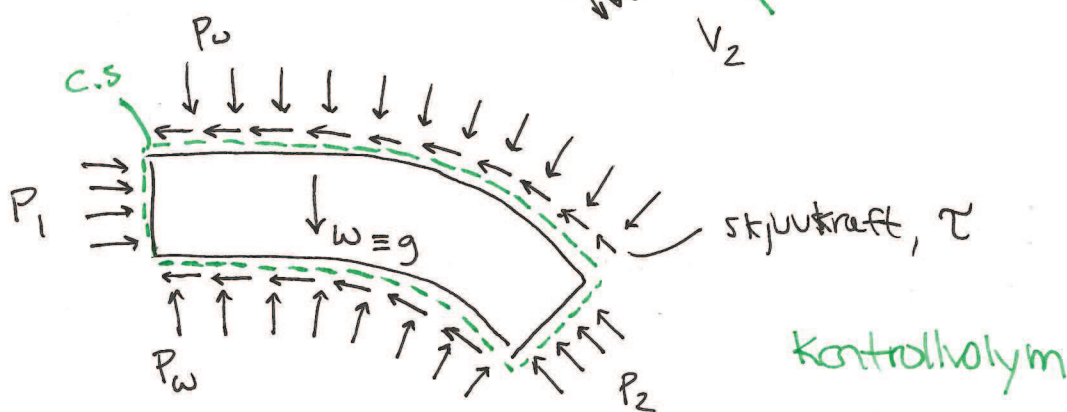
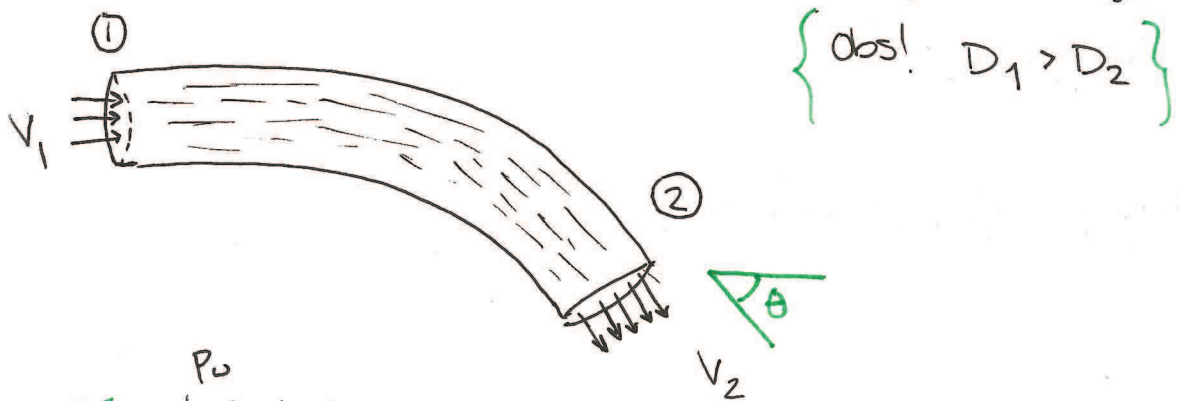
↳ korrigeras med minustecken framför (normalen pekar ut ur CS, alltså är det $-(\text{nettoflöde UT})$)

Obs! Rm-balansen är vektorvärd!

X-komp.
$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} \rho v_x dV = - \iint_{CS} v_x (\rho \vec{v} \cdot \vec{n}) dA + \sum F_x$$

Ex. Rörböj

Sökt: kraft från strömmande fluid på rörböjen



Låt krafter från den strömmande fluiden på rörböjen vara $\vec{B} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix}$

Rm-balans:

$$\sum \vec{F} = \iint_{CS} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} \rho \vec{v} dV$$

→ 0, antag stationärt

(Eftersom rm-balans → räcker inte att säga inkompressibelt för att stryka ack.-termen!)

X-riktning

{Obs! $A_1 \neq A_2$ }

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 \cos \theta + B_x = V_1 (-\rho_1 V_1 A_1) + V_2 \cos \theta (\rho_2 V_2 A_2)$$

{ Normalriktningar är inte i förhållande till x- och y-led, endast i förhållande till flödetsriktning }
↳ ingen vinkel på normalen!

Y-riktning

$$P_2 A_2 \sin \theta - W + B_y = -V_2 \sin \theta (\rho_2 A_2 V_2)$$

[Två ekvationer med två okända (B_x, B_y)
Förutsatt att allt annat är känt kan $\vec{B} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix}$ lösas ut!]

Med hur stor kraft påverkar rörböjen fluiden?

$$\vec{R} \equiv -\vec{B} \quad (\text{om rörböjen står still dvs})$$

Energibalans

$$\underbrace{\frac{\delta Q}{\delta t}}_{\substack{\text{värme} \\ \text{från omgivn.} \\ \text{per tidsenhet}}} - \underbrace{\frac{\delta W_s}{\delta t}}_{\substack{\text{arbete} \\ \text{på omgivn} \\ \text{per tidsenhet}}} = \underbrace{\iint_{CS} \left(e + \frac{P}{\rho} \right) \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA}_{\substack{\text{strömning (ut-in)} \\ \text{av energi per tidsenhet}}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho e dV}_{\substack{\text{ack. av energi} \\ \text{per tidsenhet}}} + \underbrace{\frac{\delta W_{\mu}}{\delta t}}_{\substack{\text{arbete} \\ \text{för att} \\ \text{berömma} \\ \text{viskös kraft}}}$$

$$e = \underbrace{gy}_{\substack{\text{potentiell} \\ \text{energi/massenh.}}} + \underbrace{\frac{v^2}{2}}_{\substack{\text{kinetisk} \\ \text{energi/massenh.}}} + \underbrace{U}_{\substack{\text{inne}}}$$

\equiv friktions-
arbete

Specialfall av energibalansen


↳ Mekanisk energibalans (potentiell-, kinetisk- och tryckenergi)

Antaganden:

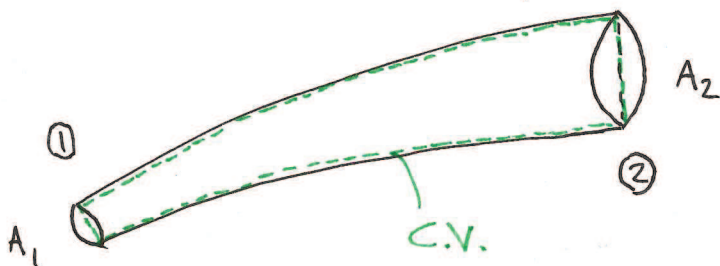
- stationärt $\frac{\partial}{\partial t} = 0$
- inkompressibelt $\rho = \text{konstant}$
- ideal strömning $\mu = 0$ (försumma skjuvkrafter) $\frac{\delta W_k}{dt} = 0$
- inget värmetbyte $\frac{\delta Q}{dt} = 0$
- inget arbete $\frac{\delta W_s}{dt} = 0$
- ingen ändring i inre energi $U = \text{konstant}$

Antaganden ger:

$$\iiint_{CS} \left(e + \frac{P}{\rho} \right) \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA = 0$$


~~Bernoullis ekvation~~ 

Behöver en kontrollvolym \Rightarrow strömrör



$$\text{Balans: } \left(gy_1 + \frac{v_1^2}{2} + \cancel{U_1} + \frac{P_1}{\rho} \right) (-\cancel{\rho v_1 A_1}) + \left(gy_2 + \frac{v_2^2}{2} + \cancel{U_2} + \frac{P_2}{\rho} \right) (\cancel{\rho v_2 A_2}) = 0$$

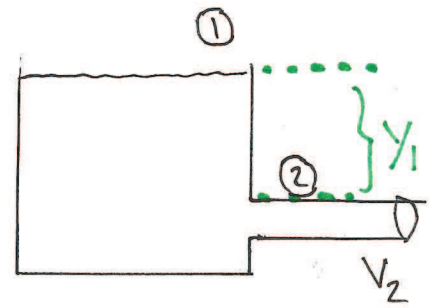
$$\Rightarrow \left\{ \rho v_1 A_1 = \rho v_2 A_2 \right\}$$
$$\Rightarrow \boxed{gy + \frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} = \text{konstant}}$$

Bernoullis ekvation 

Ex. utflöde ur en tank. Sökt: V_2

Välj punkterna 1 och 2

↳ punkt 1 där information finns
punkt 2 där sökt info finns



Använd Bernoullis ekvation

~~Obs: y_1 är konstant!~~

$$gy_1 + 0 + \frac{P_{atm}}{\rho} = 0 + \frac{V_2^2}{2} + \frac{P_{atm}}{\rho}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = P_2 = P_{atm} \\ V_2 \gg V_1 \rightarrow V_1 \approx 0 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow V_2 = \sqrt{2gy_1}$$

Varför smalnar vattenstrålen från en kran?

Hastigheten ökar \rightarrow Diametern minskar

$$ty: VA = \text{konstant} \quad (V_2 A_2 = V_1 A_1)$$