B1

Vatten strömmar i ett rör som är 100 m långt och har en diameter på 50 mm. Rörets ytråhet, e, är 0.013 mm. Om tryckfallet i röret inte får överstiga 50 kPa, vad är då den högst tillåtna vattenhastigheten? Vattnets temperatur kan antas vara 25°C.

(8p)

Lösning B1:

Givet:
P_1-P_2 = 50 kPa
L = 100 m
D = 50 mm = 0.05 m

Bernouills med förluster:

$$\rho g y_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + P_1 = \rho g y_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + P_2 + \Delta P_f$$

$$y_1 = y_2,\ v_1 = v_2 = v$$

$$\Rightarrow P_1 = P_2 + \Delta P_f$$

$$\Delta P_f = 2 f_f \frac{L}{D} v^2 \rho$$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = 2 f_f \frac{L}{D} v^2 \rho$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{D(P_1 - P_2)}{2 f_f L \rho}} \qquad (1)$$

Både v och f_f är okända och beroende av varandra genom Re-talet.

f_f kan fås som funktion av Re-talet och e/D i fig 14.1

Materialdata för vatten vid 298 K:

ρ = 998.2 kg/m^3

$\mu = 993 \cdot 10^{-6}$ Pa $\cdot$ s

Vi måste iterera för att lösa hastigheten:

- Gissa hastigeten, v
- Beräkna Re
- Få fram f_f
- Beräkna hastigheten, v ur (1)

$$\frac{e}{D} = \frac{0.013}{50} = 0.00026$$

Gissa v=1 m/s

$$\Rightarrow \text{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{998.2 \cdot 1 \cdot 0.05}{993 \cdot 10^{-6}} = 50260$$

$\Rightarrow$ from fig 14.1 $f_f = 0.0055$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{D(P_1 - P_2)}{2 f_f L \rho}} = \sqrt{\frac{0.05 \cdot 50 \cdot 10^3}{2 \cdot 0.0055 \cdot 100 \cdot 998.2}} = 1.51$$

Gissa v=1.51 m/s

$$\Rightarrow \mathrm{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{998.2 \cdot 1.51 \cdot 0.05}{993 \cdot 10^{-6}} = 75900$$

$\Rightarrow$ from fig 14.1 $f_f = 0.0052$

$$\Rightarrow \ v = \sqrt{\frac{D(P_1 - P_2)}{2 f_f L \rho}} = \sqrt{\frac{0.05 \cdot 50 \cdot 10^3}{2 \cdot 0.0051 \cdot 100 \cdot 998.2}} = 1.55 \text{ m/s}$$

Gissa v=1.55 m/s

$$\Rightarrow \mathrm{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{998.2 \cdot 1.55 \cdot 0.05}{993 \cdot 10^{-6}} = 77900$$

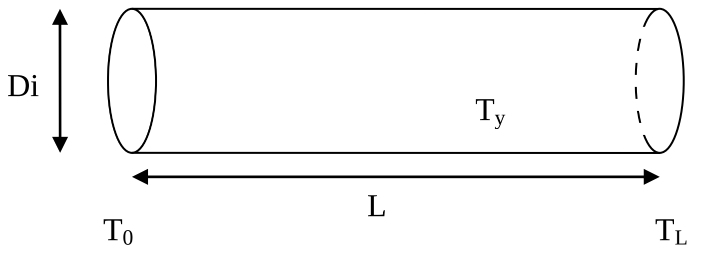
$\Rightarrow$ from fig 14.1 $f_f = 0.0052$

$$\Rightarrow \ v = \sqrt{\frac{D(P_1 - P_2)}{2 f_f L \rho}} = \sqrt{\frac{0.05 \cdot 50 \cdot 10^3}{2 \cdot 0.0052 \cdot 100 \cdot 998.2}} = 1.55 \text{ m/s} \ \Rightarrow \ \text{OK!}$$

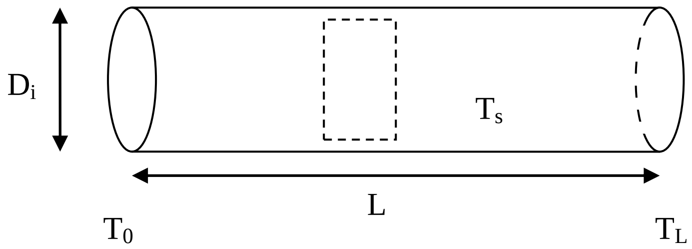
Hastigheten får inte överstiga 1.55 m/s

B2

En industri har behov av varmvatten (85°C) med flödet 2 m^3/h. Man planerar att använda en gammal avlagd tubvärmeväxlare där de cylindriska tuberna har en innerdiameter av 38 mm. Hur lång tubvärmeväxlare behövs för att värma vatten från 15°C till 85°C? Antag att man kan värma med ånga på utsidan av tuben, så att innerytan av tuben hålls vid 90°C.



Lösning B2.



Värmebalans över fluidelement Δx ger enligt (19-60):

$$\int_{T0}^{TL} \frac{dT}{T - T_s} + \int_0^L \frac{h}{\rho v C_p} \frac{4}{D_i} dx = 0$$

$$\ln\left(\frac{T_L - T_s}{T_0 - T_s}\right) + \frac{h}{\rho v C_p} \frac{4L}{D_i} = 0 \qquad (1)$$

Vi söker h mha korrelation. Flöde inuti rör. Ta reda på om flödet är laminärt eller turbulent.

Använd data vid bulkmedeltemperaturen, dvs

$$T_{medelfilm} = \frac{T_0 + T_L}{2} = 50\,°\mathrm{C}$$

ρ = 987,7 kg/m3
μ = $565 \cdot 10^{-6}$ Pas

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{\rho Q 4 D_i}{\mu \pi D_i^2} = 32\ 541 > 2300$$ dvs flödet är turbulent.

Q = 2m^3/h = 2/3600 m^3/s

Dittus och Boelters korrelation (20-26) används om villkoren är uppfyllda.

$$Nu = \frac{hD}{k} = 0{,}023\,\mathrm{Re}^{0,8}\,\mathrm{Pr}^n \qquad (2)$$

1. n = 0,4 eftersom vattnet värms
2. Vi använder $T_{medelfilm}$

$$T_{medelfilm} = \frac{\frac{T_0 + T_L}{2} + T_s}{2} = 70°C$$

ρ = 977,5 kg/m3
μ = $412 \cdot 10^{-6}$ Pas

3. $\mathrm{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{\rho Q 4 D_i}{\mu \pi D_i^2} = 44165$ > 10^4 OK!
4. Pr (70°C) = 2,785 OK!
5. L/D > 60 kollas i slutet.

Med k =0,6655W/(mK) och övriga data som tidigare ger ekv (2):

h =3156 W/(m^2K) insatt i (1) ger detta:

L=16,3 m

Kontrollera L/D=16,3/0,038 = 428 OK!

Svar: Tuberna i värmeväxlaren behöver ha en längd av 16,3 meter

B3

Tio stycken malkulor av naftalen placeras i en garderob, med volymen 3m^3, där kläder skall förvaras. Garderoben är lufttät och försedd med en fläkt som ser till att luften omblandas väl. Hur lång tid tar det från att kulorna placerats i garderoben tills malen dör? En malkula har diametern 4 cm och malen dör vid en naftalenkoncentration på 0.05 mol/m^3. I garderoben råder atmosfärstryck och temperaturen i garderoben är 25 °C. Vid dessa förhållanden är mättnadstrycket för naftalen 670 Pa och värmeöverföringstalet 34 W/m^2 K. (OBS! Hänsyn måste tas till att naftalenkoncentrationen i garderoben ökar)

(10p)

Lösning B3:

Givet:

$V = 3 \text{ m}^3$

$C_{A,mal,död} = 0.05 \text{ mol/m}^3$

$T = 25°\text{C}$

$P = 101325 \text{ Pa}$

$R = 8.314 \text{ J/mol,K}$

$p_A^* = 670 \text{ Pa}$

$h = 34 \text{ W/m}^2\text{, K}$

$d = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$

Sökt: Hur lång tid det tar tills malen dör

Sätt upp instationär balans över garderoben:

Naftalenkoncentrationens ändring i tiden:

$$\frac{dC_A}{dt} = \left[\frac{mol}{m^3 s}\right]$$

Koncentrationsökning pågrund av konvektion från ytan av 10 sfärer:

$$\frac{N_A \cdot 10 \cdot 4\pi r^2}{V} = \frac{k_c (C_{A,s} - C_A) \cdot 10 \cdot \pi d^2}{V} = \left[\frac{mol \cdot m^2}{m^2 s m^3} = \frac{mol}{m^3 s}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{dC_A}{dt} = \frac{k_c (C_{A,s} - C_A) \cdot 10 \cdot \pi d^2}{V}$$

Skriv om ekvationen:

$$\frac{dC_A}{(C_{A,s} - C_A)} = \frac{k_c \cdot 10 \cdot \pi d^2}{V} dt$$

Integrera C_A mellan 0 och $\text{C}_{A,mal,dör}$ och t mellan 0 och $\text{t}_{mal,dör}$

$$\int_0^{C_{A,mal,dör}} \frac{dC_A}{(C_{A,s} - C_A)} = \frac{k_c \cdot 10 \cdot \pi d^2}{V} \int_0^{t_{mal,dör}} dt$$

$$\Rightarrow \left[-\ln(C_{A,s} - C_A)\right]_0^{C_{A,mal,dör}} = \frac{k_c \cdot 10 \cdot \pi d^2 t_{,mal,dör}}{V}$$

$$t_{mal,dör} = \frac{V}{k_c \cdot 10 \cdot \pi d^2} \ln \frac{C_{A,s}}{C_{A,s} - C_{A,mal,dör}} \qquad (1)$$

För att beräkna (1) krävs k_c som kan fås genom Chilton-Colburn och $\text{C}_{A,s}$ som kan beräknas med hjälp av mättnadstrycket.

Chilton-Colburn (28-61):

$$\frac{h}{\rho v_\infty c_p}\mathrm{Pr}^{2/3} = \frac{k_c}{v_\infty}\mathrm{Sc}^{2/3}$$

$$\Rightarrow k_c = \cdot\frac{h}{\rho c_p}\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Sc}}\right)^{2/3}$$

$$\mathrm{Sc} = \frac{\nu}{D_{AB}}$$

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$\Rightarrow k_c = \cdot\frac{h}{\rho c_p}\left(\frac{D_{AB}}{\alpha}\right)^{2/3}$$

Vi behöver materialdata för luft vid 25°C:

$\rho = 1.1854\ \mathrm{kg/m^3}$

$c_p = 1006.24\ \mathrm{J/kg,K}$

$\alpha = 2.189\cdot10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$

Ur appendix J fås diffusiviteten för naftalen i luft:

$$D_{AB} = \frac{0.619}{101325} = 6.109\cdot10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$$

$$\Rightarrow k_c = \frac{h}{\rho c_p}\left(\frac{D_{AB}}{\alpha}\right)^{2/3} = \frac{34}{1.1854\cdot1006.24}\left(\frac{6.109\cdot10^{-6}}{2.189\cdot10^{-5}}\right)^{2/3} = 0.0122\ \mathrm{m/s}$$

$\mathrm{C}_{A,s}$ fås ur gaslagen:

$$\mathrm{C}_{A,s} = \frac{p_A^*}{RT} = \frac{670}{8.314\cdot298} = 0.270\ \mathrm{mol/m^3}$$

Sätt in allt i (1):

$$t_{mal,dör} = \frac{V}{k_c\cdot10\cdot\pi d^2}\ln\frac{C_{A,s}}{C_{A,s}-C_{A,mal,dör}} = \frac{3}{0.0122\cdot10\cdot\pi\cdot0.04^2}\ln\frac{0.270}{0.270-0.05} = 1002\ \mathrm{s} = 16.7\ \mathrm{min}$$

B4

Ärtor ska djupfrysas in i en fluidbäddfrys. I frysen håller luften så hög hastighet att ärtorna svävar och på så sätt fryses varje ärta individuellt, istället för att de fryser ihop i en stor klump.

a) Beräkna lufthastigheten som krävs för fluidbäddfrysning av ärtor med diametern 6 mm.
b) Om man antar att en ärta är fryst och har en homogen temperatur av -1,0°C när de kommer in i fluidbädd frysen, hur lång tid tar det då innan ärtan har en temperatur av -18°C i centrum och då är djupfryst?

Följande antaganden kan göras:
Luften håller -23°C.

För en fryst ärta gäller:
$\rho = 980$ kg/m^3
$k = 0{,}8$ W/m,K
$C_p = 2{,}0$ kJ/kg,K

(10p)

B4 Lösning

Givet:
$D = 6\cdot10^{-3}$ mm

$T_{luft} = -23°C$
$\rho = 980\ kg/m^3$

$k = 0,8$ W/mK

$C_p = 2,0$ kJ/kgK

För luft har vi då:

$\rho = 1,4133\ kg/m^3$

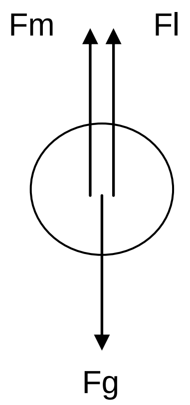
$\mu = 1,5991\cdot10^{-5}$ Pas

$k = 2,2269\cdot10^{-2}$ W/mK

Pr = 0,722

a) Ärtan svävar alltså är krafterna på ärtan i balans.

Kraftbalans på ärtan:



$F_g = F_m + F_l$, vilket ger:

Ekvationssystem med:

$$v = \left[\frac{4(\rho_s - \rho_l)gD_p}{3\rho_l C_D}\right]^{1/2}$$ och diagram 12.4 i boken

$$v = \sqrt{\frac{4(980 - 1,4133)9,82\cdot 0,006}{3\cdot 1,4133 C_D}}\, m/s$$

Gissa	$C_D = 2$	ger v = 5,2 m/s	ger Re = 2766
Nytt	$C_D = 0,4$	= 11,66 m/s	Re = 6184
	$C_D = 0,4$	= 11,7 m/s	Re = 6184

Dvs $C_{D\,=}$ ca 0,4 och v = ca 11,7 => Re = 6184

b) Ärtan är genomfrusen med temperaturen -1,0°C.

Hur lång tid tar det innan den har nått -18°C i centrum? => Icke-stationär värmeledning!

$$Bi = \frac{hV/A}{k} = \frac{hr}{3k} = ?$$

Vi behöver h som fås ur korrelation (forced convection, external flow, single spheres).
Använd figur 20.11 eller uttryck 20-35 i boken.

Ur graf 20.11:
Re = 6184 ger Nu = 58

$$Nu = \frac{hD}{k_{luft}} = \frac{h \cdot 0{,}006}{2{,}2269 \cdot 10^{-2}} = 58$$, vilket ger h = 217 W/m^{2}K

(Om 20-35 används fås h = 138 W/m^{2}K, antag att $\mu_\infty/\mu_s=1$)

$$Bi = \frac{217 \cdot 0{,}003}{0{,}80 \cdot 3} = 0{,}27$$ alltså använder vi diagramlösning.

Diagram F.3 för sfärer:

$$Y = \frac{-23-(-18)}{-23-(-1)} = 0{,}227$$

$$X = \frac{\alpha t}{x_1^2} = \frac{0{,}8 \cdot t}{980 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}003^2}$$ => X=0,85 => t=19s

n = 0 (centrum)

$$m = \frac{k}{hx_1} = \frac{0{,}8}{217 \cdot 0{,}003} = 1{,}23$$

Svar: Luftens hastighet ska vara 12 m/s och det tar 19 sek att kyla ärtan till -18°C i centrum från det att den är genomfrusen.