

F16 Ferromagnetism (forts) + Supraleddning

Mån LV7

Ett spinn (magnetiskt moment $\vec{\mu} = g \mu_B \vec{T}$)

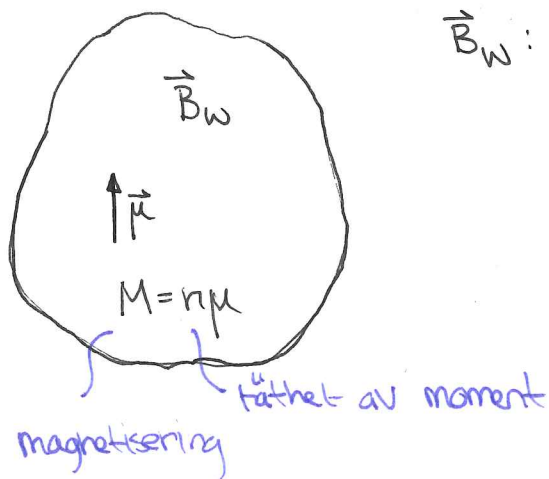
\nearrow g-faktor \nwarrow Bohr-magneton
 kvanttal

Växelverkar med grannar:

$$\uparrow \vec{\mu} \text{ --- } \uparrow \vec{\mu} \text{ --- } \uparrow \vec{\mu} \approx \text{växelverkan} \quad -J \vec{\mu} \cdot \vec{\mu}$$

\int
 konst. $\sim 0.1 \text{ eV}$

Medelfältsteori \Leftrightarrow ersätt alla grannar med ett "medelfält"



\vec{B}_w : effektivt fält från växelverkan (Weiss-fält)

Antag $B_w \sim M$

$$B_w = \mu_0 \lambda M$$

λ : proportionalitetskonst., dimensionslös
 \hookrightarrow kan vara jättestort!

Ett spinn $\vec{\mu}$ i ett fält $B_{\text{tot}} = B + B_w$

\swarrow \nwarrow
 verkligt magnetfält Weiss-fält

{ Paramagnetiskt spinn } \rightarrow om M litet:

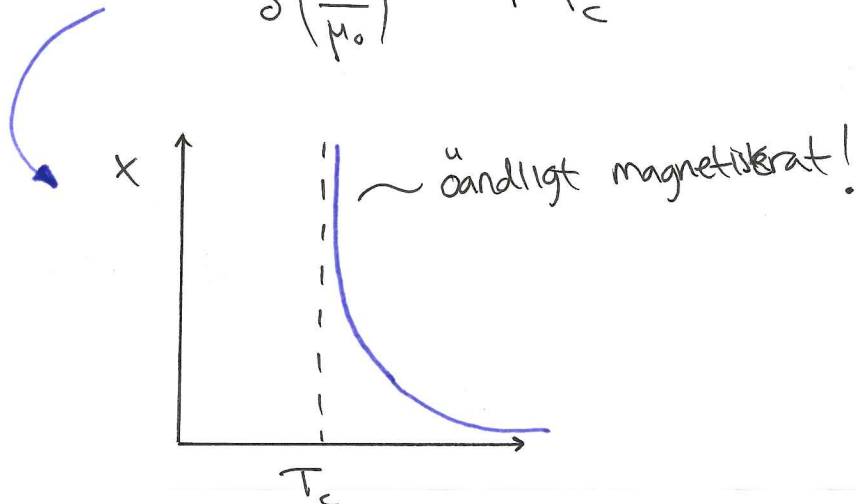
Curies lag:
$$M = \frac{C}{T} \left(\frac{B}{\mu_0} \right)$$

$$M = \frac{C}{T} \frac{1}{\mu} (B + B_w) = \frac{C}{T} \left(\frac{B}{\mu} + \lambda M \right)$$

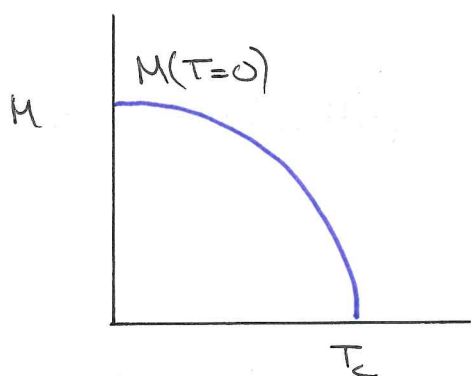
$$M(T - c\lambda) = \frac{CB}{\mu_0}$$

$$M = \frac{C}{T - c\lambda} \left(\frac{B}{\mu} \right) = \Leftrightarrow = \frac{C}{T - T_c} \left(\frac{B}{\mu_0} \right)$$

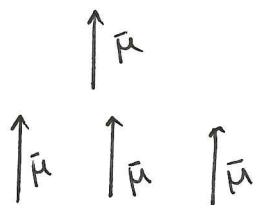
där $x = \frac{\partial M}{\partial \left(\frac{B}{\mu_0} \right)} = \frac{C}{T - T_c}, \quad T_c = c\lambda$



För $T < T_c$? (se förra föreläsning!)



$T=0$: maximal vid magnetisering



Alla μ åt samma håll!

$$M = nm$$

atommoment

$$\mu = \{ \text{tal} \approx 1 \} \cdot \mu_B$$

{ isolerad atom: heltal $\cdot \mu_B$ }

För Fe, T=0: $\mu = 1.1 \mu_B$ dvs 1.1 Bohr-magneten per atom!

Supraledning

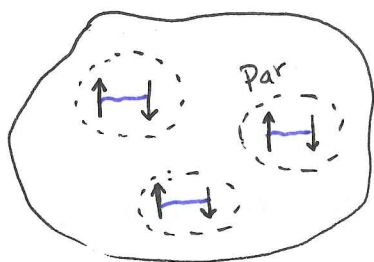
↳ DC-resistivitet = 0

↳ Meissner-effekten: inget magnetfält i supraledaren

{ Typ I: perfekt Meissner
Typ II: magnetfält kan penetrera i fluxtuber

↳ Elektronerna är ihop-parade: Cooper-par

Cooper-paren är bosoner \rightarrow kan bilda Bose-Einstein kondensat (massa partiklar i lägsta energitillstånd)



\rightarrow koherent mångpartikel kvanttillstånd $\psi(\vec{r})$

skriv: $\psi(\vec{r}) = \underbrace{\sqrt{n_s}}_{\text{komplex vikt}} \underbrace{\exp(i\theta(\vec{r}))}_{\text{amplitud fas}}$

Tätheten $\psi^* \psi = n_s$

superfluid density
täthet av cooper-par

} analogt med M för ~~en~~ ferromagnet

Recap: makroskopiskt kvanttillstånd

$$\psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n_s} \exp(i\theta(\mathbf{r}))$$

Meissner effekten

Vad är strömmen i ett magnetfält?

I ett magnetfält

$$\begin{cases} \vec{p} = -i\hbar\nabla - q\vec{A} \\ \vec{B} = \nabla \times \vec{A} \end{cases}$$

Ström från Cooper-paren:

$$\vec{j}_s = q\psi^* \vec{\nabla} \psi = q \frac{n_s}{m} (\hbar\nabla\theta - q\vec{A})$$

$$\vec{\nabla} = \frac{\vec{p}}{m}$$

\vec{j}_s : supraledande strömmen
 $q = -2e$ för ett Cooper-par

$$\nabla \times \vec{j}_s = \left\{ \nabla \times \nabla\theta = 0 \right\} = \frac{-4e^2}{m} n_s \cdot \frac{1}{m} \nabla \times \vec{A} = \frac{-4e^2}{m} n_s \vec{B}$$

London ekvationen!

Maxwell: $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_s$

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \vec{B}) &= \mu_0 \nabla \times \vec{j}_s \\ \nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \nabla^2 \vec{B} = + \frac{4e^2}{m} \mu_0 n_s \vec{B}$$

$$\frac{4e^2 \mu_0 n_s}{\hbar^2} = \frac{1}{\lambda_L^2} \Rightarrow \lambda_L = \left(\frac{m}{4e^2 \mu_0 n_s} \right)^{\frac{1}{2}}$$

London
penetrationsdjup

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \vec{B}$$

Lösningar?

$\hookrightarrow \vec{B} = \text{konst. funkar ej!}$

Meissner

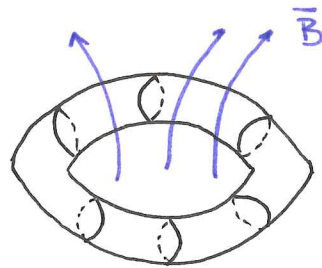
$$\frac{d^2 B}{dx^2} = \frac{1}{\lambda_L^2} B \rightarrow \vec{B} = B_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right) \hat{z}$$

exponentiellt avtagande fält
över djup λ_L

Fluxkvantisering

Suprledande ring

Fält \vec{B} genom ringen,
inget fält i ringen



$$\mu_0 \vec{j} = \nabla \times \vec{B} = 0, \quad \vec{B} = 0$$

Ekv. för strömmen:
$$\vec{j}_s = \frac{-2en_s}{m} (\hbar \nabla \theta + 2e\vec{A})$$

$= 0$ {Inne i suprledaren}

$$\oint_C \nabla \theta \cdot d\vec{l} = \theta(0^-) - \theta(0^+) = \Delta \theta$$

kurva i
suprledaren

$\left\{ \begin{array}{l} \theta \text{ är fas för en vågfnk } \exp(i\theta) \\ \text{måste vara unik} \Rightarrow \Delta \theta = 2\pi \cdot (\text{heltal}) \end{array} \right\}$

$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \left\{ \text{Stokes} \right\} = \int d\vec{S} \cdot \underbrace{(\nabla \times \vec{A})}_B = \Phi$$

magnetiska flödet
genom ytan S med
rand C

$$\hbar \cdot 2\pi \cdot (\text{helta}) = 2e \cdot \Phi \rightarrow \Phi = \frac{\hbar}{2e} 2\pi \cdot (\text{helta})$$
$$= \frac{\hbar}{2e} \cdot (\text{helta})$$

magnetisk
fluxkvanta