Tentamen Fasta tillståndets fysik vt03

1. En röntgenstråle infaller mot en Al(100) kristall längs dess [$\bar{1}$ 0 0]- riktning dvs **k**= $\frac{2\pi}{\lambda}$ (-1, 0, 0). Al har fcc- struktur (d v s fcc-gitter med en atom per gitterpunkt) med gitterparametern 4.05 Å.

(2p) a) För vilken våglängd erhålls en 4 2 0 –reflex?

(2p) b) För hur många andra diffrakterade strålar erhållna vid samma våglängd som i uppgift 1 a) är diffraktionsvinkeln densamma som för 4 2 0- reflexen? Indicera dessa reflexer (dvs ange h k l för reflexerna).

2. a) Härled ett uttryck för gittervågors dispersion, ω(k), för en linjär kedja av lika
(2p) och ekvidistanta atomer med växelverkan endast mellan närmsta grannar:

b) Utnyttja Debye- modellen och att ljudhastigheten i koppar är 3800 m/s för
(2p) att uppskatta den högsta fononenergin, $h\omega_D$, i koppar. Ge svaret i meV. Cu har fcc- struktur med gitterparametern 3.60 Å.

3. a) Visa att elektriska ledningsförmågan för en metall i ett stationärt fält kan skrivas
(1 p) $\sigma = ne^2\tau/m$, där n är tätheten valenselektroner, m elektronmassan och τ den genomsnittliga tiden mellan inelastiska kollisioner.

b) Beräkna vågvektor- ändringen i det pålagda fältets riktning, Δk_E, då ett Al- prov
(1p) leder ström och det elektriska fältets styrka är 10 V/m. Provet är vid rumstemperatur och Al har då resistiviteten 2.6 10^{-8} Ωm. Du kan betrakta Al som en frielektrongasliknande metall.

c) Vad är en Umklapp- process? Beskriv kortfattat något sammanhang där sådana
(2p) processer har betydelse.

4. a) För vilka temperaturer kan ett Si prov, som innehåller 10^{19} donatoratomer/ m^3 ,
(3p) förväntas uppvisa intrinsisk konduktivitet? För Si är energigapet 1.14 eV.

b) I ett energiband $E(k) = E_0 - 3.8\,k^2$ (k är i Å^{-1} och E i eV) finns en tom plats vid
(1p) k=0.1 Å^{-1}. Ange dispersionen $E'(k)$ för ett band med en enda partikel som beträffande ledningsegenskaper är ekvivalent med bandet med en tom plats. Ange också partikelns laddning och effektiva massa.

5. a) (2p) Härled ett uttryck för elektrongasens paramagnetiska susceptibilitet.

b) (2p) Redogör för Meissner-effekten och Londons förklaring av den.

Lösn Tenta 15/3 –03

1. $\mathbf{k} = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ (-1, 0, 0),och $\mathbf{G}_{hkl} = \dfrac{2\pi}{a}$ (h, k, l)

   $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{G}_{hkl}$ … (1) och $k' = k$ …(2)

   (1) ger $\mathbf{k}' = 2\pi$ (h/a – 1/λ, k/a, l/a)

   (2) ger då $\dfrac{2\pi}{\lambda} = |\, 2\pi\,(h/a - 1/\lambda, k/a, l/a)|$

   $\lambda = 2ha/(h^2 + k^2 + l^2)$ = [h= 4, k= 2, l= 0] = 0.4 a = 1.62 Å.

   b) Uttrycket för λ visar att våglängden är densamma för 4 2 0 , 4 0 2, $4\,\bar{2}\,0$ och $4\,0\,\bar{2}$.
   Diffraktionsvinkeln erhålls t ex ur $k' \cos\phi = \mathbf{k}' \cdot (-1, 0, 0)$
   där $\mathbf{k}' \cdot (-1, 0, 0) = 2\pi(-h/a + 1/\lambda)$, som innebär att endast h är av betydelse, dvs diffraktionsvinkeln är lika för alla de fyra reflexerna.
   (Lämpligen ritar man en figur som visar de olika k-vektorerna insatta i det reciproka gittret för att övertyga sig om resultatet eller för att komma fram till det.)

2. b) $N = \dfrac{V}{8\pi^3}(4\pi k_D^3/3)$; $k_D = (6\pi^2 N/V)^{1/3}$ där $N/V = 4/a^3$, som ger $k_D = 6.19/a$

   $\omega_D = v\, k_D$, som med v= 3800 m/s ger $\hbar\omega_D = 43$ meV.

3. $\hbar d\mathbf{k}/dt = -e\mathbf{E} \Rightarrow \Delta\mathbf{k} = -e\,\mathbf{E}\,\tau / \hbar$, som med $\sigma = n e^2 \tau / m$ ger

   $\Delta k_E = -\,(e\,E\,m\,\sigma) / (n\, e^2\, \hbar) = 115\ \text{m}^{-1}$.

4 a) $np = n_0\, p_0 \exp(-E_g/kT)$ sätt T_0 = rumstemp = 300 K

   $n_0(T) = n_0(T_0)\,(T / T_0)^{3/2}$

   $p_0(T) = p_0(T_0)\,(T / T_0)^{3/2}$

   $(n_i(T)\, p_i(T)) / (n_i(T_0)\, p_i(T_0)) = (T / T_0)^3 \exp(-E_g/kT) \exp(E_g/kT_0)$

   För intrinsiskt beteende $n_i(T) \approx 10^{19}\ \text{m}^{-3}$

   $n_i(T) = (n_i(T_0)\, p_i(T_0))^{1/2}\, (T/T_0)^{3/2} \exp(-E_g/kT) \exp(E_g/kT_0)$

   Formelsamlingen: $n_i(T_0)\, p_i(T_0) = 2.1\ 10^{31}\ \text{m}^{-6}$

   $10^{19} = (2.1\ 10^{31})^{3/2}\, (T/T_0)^{3/2} \exp\,[(E_g/ 2kT_0)(1- (T_0 /T))]$

   $E_g/ 2kT_0 = 22{,}0$

   $7.69 = 1.5 \ln(T/T_0) + 22\,(1- (T/T_0))$ eller $1- (T/T_0) = (7.69- 1.5 \ln(T/ T_0))/ 22$

   Iterera $T_1 = T_0$ ger $1- T_0/ T_2 = 7.69/22$ dvs $T_2 = 462$ K som ger $T_3 = 441$ K och $T_4 = 443$ K

   b) Positivt laddad partikel med positiv massa och $E = E_0 - 3.81\, k^2$ betyder med E i eV och k i Å^{-1} att massan är den fria elektronens massa.