

## TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3

**Tid** 2005 08-23 fm

**Lokal** V

**Hjälpmedel** Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, typgodkänmd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagrat värden på naturkonstanter som t.ex Plancks konstant och elektronmassan.

**Examinator** Lars Walldén (7723347)

1. En stråle elektroner med energin 40 eV infaller vinkelrätt mot ytan av en Cu(110)-kristall och diffrakteras av översta atomlagret. Cu har fcc-struktur med gitterparametern 3.60 Å.
  - a) Rita en figur som visar hur atomerna är ordnade i det översta atomlagret eller, om Du vill, ange atomernas positioner med ett 2D gitter och bas. (1 p)
  - b) Eftersom elektronernas inträngningsdjup är litet, ett fåtal atomlager, krävs en ren provyta för att ett diffraktionsmönster ska kunna iakttas. Hur kan man erhålla en ren provyta? (1 p)
  - c) Beräkna vinkeln mellan provets normalriktning och de diffrakterade strålar som lämnar provet, dvs de strålar för vilka diffraktionsvinkeln är större än 90 grader. (2p)
2. Beskriv diffusionsprocessen för t ex C i Fe och härled ett uttryck för diffusionskonstanten efter att ha infört relevanta storheter. Uppskatta hur ofta en atom, t ex C i Fe, byter position vid rumstemperatur och vid 1000 K. (4p)
3. Ledningselektronernas bidrag till konduktiviteten för en metall ges av uttrycket  $\sigma(\omega) = \sigma_0 / (1 - i\omega\tau)$  där  $\sigma_0 = n e^2 \tau / m$  är konduktiviteten för ett tidsberoende fält.
  - a) Enligt Physics Handbook är resistiviteten,  $1/\sigma_0$ , för Na  $1.67 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$  vid rumstemperatur. Beräkna medelfria väglängden för ledningselektronerna vid rumstemperatur och med ett tidsberoende fält. (2p)
  - b) Vad är det för inelastiska kollisioner som begränsar statiska ledningsförmågan för en ren metall? Är det främst kollisioner med fononer eller med andra elektroner? Ge en kortfattad förklaring och ange experimentella data som varit av betydelse för förståelsen. (1p)
  - c) Av uttrycket för  $\sigma(\omega)$  framgår att effektupptaget, som ju ges av realdelen av  $\sigma(\omega)$ , avtar med stigande frekvens med noll som gränsvärde. Ge en kortfattad förklaring av detta. (1p)
4. För ett dopat Si prov finner man vid rumstemperatur att Hall-koefficienten är  $-8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-3} \text{ A}^{-1} \text{ s}^{-1}$  (Obs minustecknet) och konduktiviteten  $200 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$ .
  - a) Beräkna Fermi-nivåns läge i bandgapet vid rumstemperatur. (2p)

b) Beräkna Fermi-nivåns läge vid 500 K. (2p)

5. Härled uttrycken för a) det paramagnetiska bidraget till elektronernas susceptibilitet (2p) och b) det elektroniska bidraget till en metalls värmekapacitet (2p).

#### Lösningssanvisningar Fasta-tenta 23/8 05

1 a) Rektangulärt gitter med en atom per gitterpunkt. Cellens kantlängder är  $a$  resp  $a/\sqrt{2}$ .

b) Provet i gott vakuum (trycket  $c$ :  $10^{-10}$  Torr), bombarderas först med joner från en jonkanon för att slå bort föroreningar på ytan och värms sedan till en temperatur som gör att den atomära ordningen återställs via diffusion.

c) Rektangulärt stavgitter i reciproka rummet med kantlängderna  $2\pi/a$  och  $2\sqrt{2}\pi/a$ , dvs  $1.75 \text{ \AA}^{-1}$  och  $2.47 \text{ \AA}^{-1}$ . Rita infallande strålens  $k$ -vektor, vars längd blir  $3.24 \text{ \AA}^{-1}$ , längs en av stavarna. Ewald-konstruktionen ger då att man får åtta diffrakterade strålar; två från de närmaste stavarna (på avståndet  $1.75 \text{ \AA}^{-1}$ ), två från de näst närmsta (på avståndet  $2.47 \text{ \AA}^{-1}$ ) och fyra från de stavar som finns på avståndet  $(1.75^2 + 2.47^2)^{1/2} = 3.02 \text{ \AA}^{-1}$ . De diffrakterade strålarnas vinklar med normalen,  $\alpha$ , ges av  $\sin \alpha = 1.75/3.24$ ,  $\sin \alpha = 2.47/3.24$ ,  $\sin \alpha = 3.02/3.24$ , som ger vinklarna 33, 50 och 69 grader.

2. Se boken (Kittel 7<sup>th</sup> sid 544-547, Myers 2<sup>nd</sup> sid 94-97).

3. a)  $n$  = tätheten valenselektroner = [bcc struktur för Na, dvs 2 atomer per enhetscell, en valenselektron per atom] =  $2/a^3$  där  $a = 4.2 \text{ \AA}$ .

Medelfri väglängd  $l = v_F \tau$  där  $v_F$  = Fermi-hastigheten. Na frielektronlik metall med  $m$   $v_F = \hbar k_F$ .  $k_F$  erhålls t ex ur att alla elektroner ryms i Fermi-sfären och att tillståndstätheten i  $k$ -rummet är  $V/8\pi^3$  och att det enligt Pauli ges plats för två elektroner i varje tillstånd  $\Rightarrow$  Antalet elektroner i Fermi-sfären =  $N_{el} = 2 (V/8\pi^3) (4/3) \pi k_F^3$  som med  $n = N_{el}/V$  ger  $k_F = (6\pi^2)^{1/3} / a = 0.93 \text{ \AA}^{-1}$  som ger  $l = v_F \tau = [ \text{där } v_F = \hbar k_F / m \text{ och } \tau = (m\sigma / ne^2) ] = 840 \text{ \AA}$ .

b) konduktiviteten begränsas av kollisioner med fononer (se boken). Visas av  $T$ -beroendet.

c) Den av fältet erhållna energin kollideras bort. Om frekvensen är tillräckligt hög hinner fältet byta riktning en eller flera gånger under tiden mellan två kollisioner, vilket innebär att den resulterande energiöverföringen blir liten.

4. Formelsamlingens uttryck för konduktivitet och Hall-koefficient samt värdena i Physics H-book för elektronernas och hålens mobilitet ger två samband som gör att  $n$  och  $p$  kan beräknas. Räkningen ger att  $n = 7.8 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$  och  $p \ll n$ , dvs halvledaren är donator-dopad. Vill man erhålla ett värde på  $p$  så kan man utnyttja att produkten  $np$  har ett visst värde (se Formelsamlingen). Man erhåller  $p = 0.3 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$ .

Insättning i Formelsamlingens uttryck för  $n$  ger att Fermi-nivån vid RT ligger 0.16 eV under bandgapets övre gräns.

När  $T$  ökar så kommer Fermi-nivån längre ned i gapet för att hamna nära gapets mitt när temperaturen är tillräckligt hög för att göra provet intrinsiskt. Temperaturen 500 K är emellertid inte tillräckligt hög för att göra den dopade halvledaren intrinsisk. Det inses av att

det för odopat Si gäller att  $n_i p_i = 2.1 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-6}$  vid rumstemp (Formelsamlingen). Med ett bandgap för Si på 1.14 eV, så ger uttrycken för n och p att  $n_i = p_i = 6 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$  vid 500 K, dvs laddningsbärartätheten är fortfarande c:a 100 ggr lägre än för den dopade halvledaren. För de vanliga dopämnena ligger dopnivån mindre än 50 meV under gapets övre gräns. Med  $E_C - \mu = 0.16 \text{ eV}$  betyder det att de allra flesta donatorer är joniserade redan vid RT och elektrontätheten kan därför inte öka dramatiskt pga att T höjs till 500K. Insättning av  $n = 7.8 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$  ger  $E_C - \mu = 0.29 \text{ eV}$ .