

TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3/KF3 – FFY011

Tid: 2009-03-11-fm

Lokal: VV – salar

Hjälpmedel: Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, bifogad formelsamling, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inlagd text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det OK att i räknarens minne ha lagrat in värden på naturkonstanter som t ex Plancks konstant och elektronmassan. Kursbetyget är baserat på summan av tentamenspoängen+30% av duggapoängen. Gränserna är: $9p < 3 < 14p$, $14p \leq 4 < 17p$, $5 \geq 17p$. Granskningen: 26/3 kl 13-15 i T4034 (Fysik Glasburen).

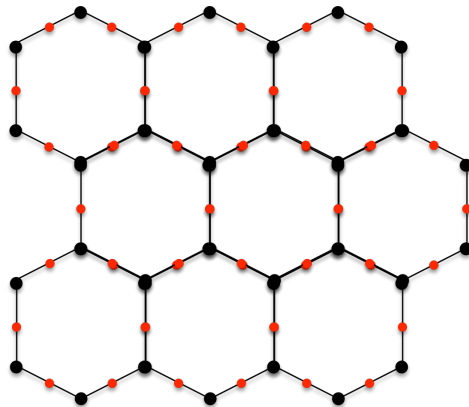
Examinator: Igor Zoric

tel: 3371, 0708 30 47 25

Jari Kinaret

tel: 3665, 0706 45 72 68

1. Figuren nedan visar en 2D kristall. De röda och svarta prickar representerar två olika typer av atomer. Avståndet mellan närmaste grannar är $a/2$.
 - a) Identifiera och rita Bravais gittret och basen (2p).
 - b) Ange primitiva gittertranslationsvektorer (1p).
 - c) Rita Wigner- Seitz cellen för kristallen (1p).

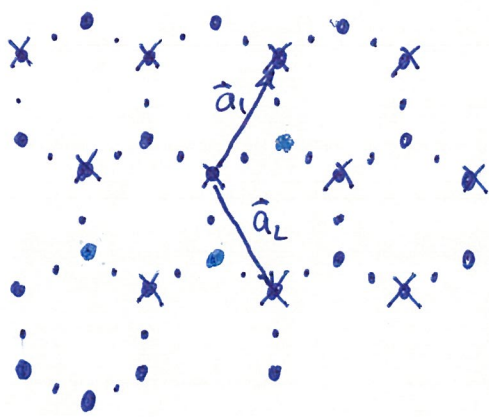


2. Monokromatisk röntgenstrålning med $\lambda=1.540\text{\AA}$ infaller på en BeCu kristall (CsCl kristallstruktur dvs kubisk, 2 atomer i basen-Be(0,0,0) och Cu $a/2(1,1,1)$ - med gitter parameter 2.70\AA).
 - a) Identifiera ALLA kristallplan (h,k,l) som ger uphöv till diffraktion (2p).
 - b) Beräkna spridningsvinklar θ_{hkl} för diffrakterade strålar (1p)
 - c) Villka diffrakterade strålar har hög respektive låg intensitet (1p)?
3.
 - a) Hur stor är elektroniska bidraget till den totala värmekapacitiveteten för Na vid rumstemperatur (antar en elektronisk effektivmassa $m^*=m_e$ och Fermi energi för Na $E_F=3.2\text{eV}$)? (1p)
 - b) MnAs är en ferromagnetisk metal med $T_c = 45\text{C}$. Beräkna temperatureberoendet av magnon bidraget till materialets specifika värme vid låg temperatur (3p).

4. Vad är Blochs teorem och vad har den för konsekvenser inom fasta tillståndets fysik (4p)?
5. Beskriv minst två teknologiska tillämpningar av supraledning och de fysikaliska fenomen tillämpningarna baseras på (4p).

Lycka till
Igor och Jari

1)



a) Bravais gitter \rightarrow se kryslar
 basen: 3 röda + 2 svarta atomer

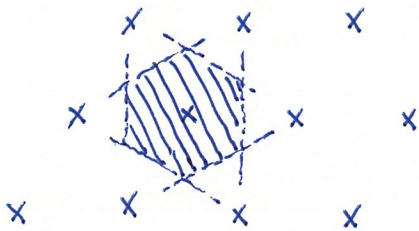


b) se figurerna till vänster

$$\vec{a}_1 = a\sqrt{3} \left(\frac{1}{2}\hat{x} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{y} \right)$$

$$\vec{a}_2 = a\sqrt{3} \left(\frac{1}{2}\hat{x} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{y} \right)$$

c) se figurerna till vänster



2)

a) Diffraction à la Laue

$$2\vec{k} \cdot \vec{G} = G^2 \Rightarrow |\vec{G}|^2 = G^2 = 2\vec{k} \cdot \vec{G} \leq 2kG \Rightarrow G \leq 2k$$

$$\frac{2\pi}{a} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \leq 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \leq \frac{2a}{\lambda}$$

med $a = 2.70 \text{ \AA}$ och $\lambda = 1.540 \text{ \AA}$

$\Rightarrow (100), (200), (220), (300), (110), (210), (221), (310), (111), (211), (220), (311)$

kann se diffraction om $S_{hkl} \neq 0$

vad säger S_{hkl} ?

$$S_{hkl} = \sum_j f_j e^{-i\vec{G} \cdot \vec{r}_j} = (f_{se} + f_{cu} e^{-i\pi(h+k+l)}) \Rightarrow$$

alla plan som är listade ovan ger diffraction.

b)

$$\sin \theta_{hkl} = \frac{G_{hkl}}{2k}$$

$$\theta_{hkl} = \arcsin \left(\frac{G_{hkl}}{2k} \right)$$

$$G_{hkl} = \frac{2\pi}{a} (h, k, l)$$

ex. $G_{100} = \frac{2\pi}{a}$, $2d = \frac{4a}{\lambda} \Rightarrow \theta_{100} = \arcsin \frac{\lambda}{2a} = 16.57^\circ$

VG kolla tabellen för alla vinklar

c)
$$S_{hkl} = \sum_j f_j e^{-i\vec{G} \cdot \vec{r}_j} = (f_B e + f_C e^{-i\pi(h+k+l)})$$

ex: $S_{100} = f_B - f_C \Rightarrow$ låg intensitet
 $S_{200} = f_B + f_C \Rightarrow$ hög intensitet.

VG kolla tabellen för alla diffrakterade strålar

(100)	$\theta = 16.57^\circ$	låg	int.
(200)	$\theta = 34.78^\circ$	hög	int.
(220)	$\theta = 53.77^\circ$	hög	int.
(300)	$\theta = 58.82^\circ$	låg	int.
(110)	$\theta = 23.79^\circ$	hög	int.
(211)	$\theta = 39.62^\circ$	låg	int.
(221)	$\theta = 58.82^\circ$	låg	int.
(310)	$\theta = 64.40^\circ$	hög	int.
(111)	$\theta = 29.60^\circ$	låg	int.
(211)	$\theta = 44.31^\circ$	hög	int.
(222)	$\theta = 81.08^\circ$	hög	int.
(311)	$\theta = 71.06^\circ$	låg	int.

3) a) $C_{el} = \frac{1}{2} \pi^2 N k_B \frac{T}{T_F}$

1 mol Na $\Rightarrow N = \#$ elektroner/mol

Na: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1 \Rightarrow 1 \text{ el/atom} = N = N_A$ dvs Avogadro ka

$$C_{el} = \frac{1}{2} \pi^2 \cdot 6.02 \cdot 10^{23} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot \frac{300}{3 \cdot 2 \cdot 1.16 \cdot 10^4} = 330 \text{ mJ/K mol}$$

3b. Värmekapacitet pga magnoner:

Ferromagnetiska magnoner är bosoner med dispersionsrelationen $\omega(k) = A k^2$. Följaktigen ges deras intern energi av uttrycket

$$U = \int d^3k / (2\pi)^3 A k^2 / (e^{(A k^2 / k_B T)} - 1)$$

där den sista faktorn är Bose en fördelningsfunktion. Ty integralen är symmetrisk i k-rummet är den lämpligast att räkna ut i sfäriska koordinater, vilket ger

$$U = 4\pi A / (2\pi)^3 \int_0^\infty dk k^4 / (e^{(A k^2 / k_B T)} - 1)$$

Genom ett variabelbyte $x = A k^2 / (k_B T)$, eller $k = \sqrt{k_B T / A}$

\sqrt{x} , får vi $dk = (1/2) \sqrt{k_B T / A} / \sqrt{x} dx$ och

$$U = (4\pi) / ((2\pi)^3) A (1/2) \sqrt{k_B T / A} (k_B T / A)^2 \int_0^\infty x^{(3/2)} / (e^x - 1) dx$$

där den sista integralen har ett numeriskt värde som är ointressant.

Följaktigen ser vi att U är proportionell mot $T^{(5/2)}$

och således $C_V = dU/dT$ är proportionell mot $T^{(3/2)}$.

4. Blochs teorem och dess konsekvenser

Blochs teorem säger att lösningen till Schrödinger-ekvationen i en periodisk potential $V(r) = V(r+R)$ kan skrivas som

$\psi_{nk}(r) = e^{ikr} u_{nk}(r)$ där k är ett kristallmoment som kan begränsas till den första Brillouinzonen, n ett diskret kvanttal och

$u_{nk}(r)$ en periodisk funktion med samma periodicitet som potentialen

$V, u_{nk}(r) = u_{nk}(r+R)$. Energin av tillståndet ψ_{nk} ges av $E_n(k)$.

Konsekvenserna inkluderar

(i) systemet kan beskrivas med ett kontinuerligt och ett diskret kvanttal, kristallmomentet k och band-indeksen n, och energinivåerna ges av $E_n(k)$, vilka är ett antal band som varierar kontinuerligt som en funktion av k men diskret som en funktion av n

(ii) vågfunktioner och bandstrukturen kan bestämmas genom att härleda en ekvation för den periodiska funktionen $u_{nk}(r)$ i en enhetscell, vilket reducerar problemets komplexitet med ungefär en faktor 10^{23} och möjliggör en kvantitativ beskrivning av elektronstrukturen i periodiska system, till skillnad från oordnande system som glas eller vätskor

(iii) bandstrukturen och Fermi-principen förklarar varför vissa material är ledare och andra isolatorer

5. Tillämpningar av supraledning och fysikaliska fenomen som de baseras på

Exempelvis kan man diskutera MAGLEV tåg och Meissner effekt, SQUID eller MEG teknologier och Josephson effekt, eller supraledande elektromagneter och resistanslös flöde av elektrisk ström. Andra möjligheter finns också även om de inte direkt tagits upp i denna kurs.